

Úloha II.V ... Dopplerova

7 bodů; průměr 4,18; řešilo 34 studentů

1. Většina muzikantů ladí pomocí tzv. komorního A ($f = 440 \text{ Hz}$). Zjistěte, jakou periodu a vlnovou délku bude mít tento tón, jestliže se zvuk šíří vzduchem rychlostí $v = 340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
2. Když okolo vás projíždí sanitka, můžete si všimnout, že při příjezdu slyšíme její sirénu výše, než když odjíždí. Jaký bude rozdíl frekvencí tónů, které slyšíme, jede-li sanitka rychlostí $v = 80 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ a má-li siréna frekvenci $f_0 = 2,0 \text{ kHz}$?
3. S kamarádem jste se domluvili, že si půjдете zahrát tenis. Protože se chcete procvíčit, navrhne vám, že na vás bude házet míčky z druhé strany kurtu. Abyste to neměli tak jednoduché, bude se při házení přibližovat k síti rychlostí $2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Kamarád hází každou sekundu jeden míček letící rychlostí $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Jak často k vám budou míčky dolétat? Jak se četnost míčků změní, když bude proti jejich letu působit protivítr, který míčky zpomalí o $5,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (a kamarád se i v tomto případě bude stále přibližovat)?

1. V řešení vycházíme ze základních vlastností vlnění a vztahů popisujících periodu a rychlost. Periodu vlny můžeme vypočítat ze vztahu $T = f^{-1}$, kdy po dosazení hodnoty frekvence $f = 440 \text{ Hz}$ dostáváme výsledek $T = (440 \text{ Hz})^{-1} \doteq 2,27 \text{ ms}$.

Ve Výfučení jsme se mohli dozvědět, že rychlost vlny $v = 340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ můžeme popsat pomocí rovnosti $v = \lambda/T$. Abychom ale nedosazovali zaokrouhlenou hodnotu periody, popíšeme si rychlost pomocí frekvence jako $v = \lambda f$, z čehož už můžeme vyjádřit vlnovou délku $\lambda = v/f$.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{440 \text{ Hz}} \doteq 0,77 \text{ m}$$

Vlnová délka komorního A je tedy přibližně $\lambda \doteq 0,77 \text{ m}$.

2. V případě pohybu sanitky mluvíme o situaci, kdy se pohybuje vysílač. Tento případ popisuje Dopplerův jev pomocí vzorce

$$f = f_0 \frac{v}{v \mp v_v}$$

Abychom ale zachovali značení ze zadání, označíme si rychlost sanitky jako v a rychlost zvuku jako c (další časté označení pro rychlost zvuku).

$$f = f_0 \frac{c}{c \mp v}$$

Při příjezdu sanitky platí, že rychlost c odečítáme, a naopak při jejím vzdalování rychlost přičítáme.

Pro rozdíl frekvencí Δf proto platí vztah:

$$\begin{aligned} \Delta f &= f_1 - f_2, \\ \Delta f &= f_0 \frac{c}{c - v} - f_0 \frac{c}{c + v}, \\ \Delta f &= f_0 \left(\frac{c(c + v) - c(c - v)}{(c - v)(c + v)} \right) = f_0 \frac{2cv}{c^2 - v^2}. \end{aligned}$$

Při dosazení hodnot $c = 340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $v = 80 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 80/3,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a $f_0 = 2,0 \text{ kHz}$ vypočítáme i jeho hodnotu.

$$\Delta f = f_0 \frac{2cv}{c^2 - v^2}$$

$$\Delta f = 2,0 \cdot 10^3 \text{ Hz} \cdot \frac{2 \cdot 340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \cdot 80/3,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{(340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 - (80/3,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2}$$

$$\Delta f \doteq 260 \text{ Hz}$$

Rozdíl pozorovaných frekvencí při příjezdu a odjezdu sanitky je asi 263 Hz. Tento rozdíl je podle každodenní zkušenosti slyšitelný běžným uchem.

3. Opět zde vyjdeme z předešlé rovnice pro frekvenci při pohybu zdroje. V tomto případě značí rychlost $v = 15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ pohyb míčků vzduchem a rychlostí $v_v = 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ se pohybuje náš kamarád k nám. Vzhledem k faktu, že frekvence f_0 má hodnotu 1 Hz, můžeme výslednou frekvenci popsat podobně jako v minulé podúloze:

$$f_1 = f_0 \frac{v}{v - v_v} = 1 \text{ Hz} \cdot \frac{15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} - 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}} \doteq 1,2 \text{ Hz}.$$

Míčky k nám budou tedy létat s frekvencí asi 1,2 Hz.

Ve druhém případě nastává situace, kdy jsou míčky zpomalovány větrem o rychlosti $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, což ovlivňuje rychlost, kterou se míčky pohybují. Proto namísto rychlosti $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ bude rychlost míčků $v = 15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} - 5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

$$f_2 = 1 \text{ Hz} \cdot \frac{10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} - 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}} = 1,25 \text{ Hz} \doteq 1,3 \text{ Hz}$$

Při protivětru budou tedy mít míčky pozorovanou frekvenci $f_2 = 1,3 \text{ Hz}$.

Adam Krška

adam@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.