

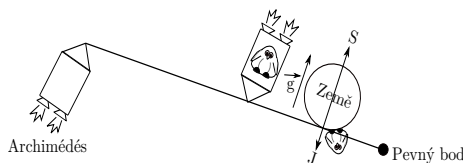
Úloha II.4 ... Jednoduché stroje

6 bodů; průměr 3,57; řešilo 35 studentů

Archimédés jednou řekl: „Dejte mi pevný bod ve vesmíru a já pohnu Zemí.“ Vyplňme mu jeho přání. Mějme pevný bod čtyři poloměry Země daleko od Země a dlouhou pevnou tyč, která je v onom bodě zapřená. Země na tyči leží svým jižním pólem. Archimédés chce udělit Zemi takové zrychlení, aby tučňáci při jižním pólu zažívali stav beztlíže: chtěl jako první zkoumat nelétavé ptáky ve stavu beztlíže, aby vyvracel a potvrdzoval hypotézy z Aristotelovy knihy „Perizoón kinesis“, tedy o pohybech zvířat.

Tučňákům se ovšem tato myšlenka nezamlouvá, a tak umístili do vzdálenosti 100 světelných let raketový motor o tahové síle 100 MN. Archimédés má k dispozici milion raketových motorů o tahové síle 10 MN. Do jaké vzdálenosti má své motory umístit, aby se jeho přírodovědecký plán vydařil? Pevná tyč je polopřímka, která vychází z pevného bodu, pokračuje pod planetou Zemí a dále jsou na ní ve dvou bodech umístěné raketové motory (jedná se tedy o jednozvratnou páku).

Vleze se dlouhá tyč do naší galaxie?



Obr. 1: Ilustrace k zadání 4. úlohy.

Nejdříve si spočítáme, jakou silou musíme na Zemi působit, aby se tučňáci nacházeli ve stavu beztlíže. Aby toto nastalo, musí Země zvyšovat svou rychlost, a to se zrychlením $a = g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. K výpočtu nám tedy stačí hmotnost Země m_Z a zrychlení dosadit do druhého Newtonova zákona:

$$F_1 = m_Z a$$

$$F_1 = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \doteq 5,9 \cdot 10^{25} \text{ N}.$$

Teď již máme vypočítanou sílu, kterou musíme působit na Zemi, aby bylo její zrychlení dostatečné k vytvoření stavu beztlíže pro tučňáky. Nyní se tedy pustíme do výpočtu vzdálenosti, do které má Archimédés své raketové motory umístit. K tomu použijeme výpočet pomocí momentů síly. U tohoto výpočtu si musíme mimo jiné dát pozor na jednotky – světelný rok je $1 \text{ ly} = 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}$, poloměr Země označíme $R_Z = 6,378 \cdot 10^6 \text{ m}$.

Chceme, aby moment síly M_1 nutný k rozpohybování Země byl stejný jako výsledný moment síly archimédových (M_2) a tučňáčích (M_3) motorů. Vzhledem k tomu, že motor tučňáků působí silou opačným směrem než motory Archimédovy, tak i momenty sil budou mít opačný směr. Výsledný moment tedy vypočítáme jako rozdíl momentů raketových motorů tučňáků a Archiméda:

$$M_1 = M_2 - M_3$$

$$F_1 d_1 = F_2 d_2 - F_3 d_3,$$

kde d_1 je vzdálenost Země od pevného bodu, d_2 je vzdálenost Archimédových motorů od pevného bodu, F_2 jejich celková síla, d_3 je vzdálenost raketového motoru tučňáků od pevného bodu a F_3 jeho síla.

U vzdáleností d_2 a d_3 můžeme zanedbat vzdálenost pevného bodu od Země (ony 4 poloměry Země), protože je řádově mnohem menší než vzdálenost od Země k motorům. Z rovnice chceme vyjádřit vzdálenost od pevného bodu k Archimédovým motorům d_2 :

$$d_2 = \frac{F_1 d_1 + F_3 d_3}{F_2}.$$

Víme přitom ze zadání, že vzdálenost $d_1 = 4R_Z$, F_2 je celková síla všech motorů, které má Archimédés k dispozici (tj. počet motorů krát síla jednoho motoru, tedy $F_2 = 10^6 \cdot 10^7 \text{ N}$) a F_3 je síla tučňáčího motoru (tj. $F_3 = 10^8 \text{ N}$).

Nyní můžeme dosadit a dostaneme výsledek:

$$d_2 = \frac{5,9 \cdot 10^{25} \text{ N} \cdot 4 \cdot 6,378 \cdot 10^6 \text{ m} + 10^8 \text{ N} \cdot 9,46 \cdot 10^{17} \text{ m}}{10^6 \cdot 10^7 \text{ N}} \doteq 1,5 \cdot 10^{20} \text{ m}.$$

To odpovídá přibližně 16 000 světelným rokům. Vzhledem k tomu, že průměr disku naší galaxie je více než 92 000 světelných let, tak se takto dlouhá tyč do naší galaxie vleze.

Aleš Opl

ales@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.