

Úloha V.4 ... A tak plynul čas

6 bodů; (chybí statistiky)

V dnešní době využívá mnoho strojů a zařízení elektrickou energii, nástěnné hodiny nevyjímaje. Ovšem vedení elektrické energie pomocí kabelů není v tomto případě dvakrát praktické, proto v hodinách využíváme baterie. Jak dlouho nám dokáží baterie napájet hodiny, jestliže minutová ručička má příkon 1,5 mW a hodinová ručička spotřebuje na otočení 2/3 energie oproti energii využívané minutovou ručičkou na jedno otočení? K napájení používáme dvě sériově zapojené baterie, každá o napětí 1,5 V a kapacitou 740 mAh.

K výpočtu doby chodu hodin potřebujeme znát, jaké množství energie baterie uchovávají a jak rychle tuto energii spotřebováváme.

Při výpočtu energie v bateriích můžeme narazit na problém s jednotkami. Jednotka mAh není ve fyzice využívaná a sama o sobě nám toho tolik neřekne. Můžeme si ovšem pomoci tzv. rozměrovou analýzou, kdy se pokusíme najít vztah pro energii (s jednotkou J) pomocí známých veličin (v tomto případě kapacity a napětí). Jednotka mAh v sobě schovává jednotku času h a proudu A (malé m vyjadřuje fyzikální předponu mili-, tedy 10^{-3}). Z hodin fyziky můžeme znát vztah pro výkon elektrického proudu

$$P = IU,$$

což můžeme jednotkově zapsat jako

$$[P] = [I] \cdot [U] \iff W = AV.$$

Watty můžeme vyjádřit jako jouly za sekundu, takže abychom dostali požadovanou jednotku J, musíme výkon vynásobit časem. Jednotka kapacity však už jednotku času funguje, můžeme tedy vykonanou práci vyjádřit jako součin kapacity a napětí.

Tento celý proces můžeme jednoduše zapsat jako

$$\text{mAh} \cdot \text{V} = \text{mWh} = 1 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot 3600 \cdot \text{s} = 3,6 \text{ J}.$$

Zároveň můžeme z této rovnosti odvodit vztah pro energii E v jedné baterii

$$E = 3,6 \cdot Q \cdot U,$$

v němž Q vyjadřuje kapacitu v mAh (je důležité, že kapacitu uvádíme v těchto jednotkách, jinak vztah neplatí) a U představuje napětí ve V. Pro výslednou celkovou uschovanou energii v obou bateriích proto platí

$$E = 2 \cdot 3,6 \cdot Q \cdot U = 2 \cdot 3,6 \cdot 740 \text{ mAh} \cdot 1,5 \text{ V} = 7992 \text{ J}.$$

Nyní zjistíme, jak rychle hodiny tuto energii spotřebovávají. Minutová ručička má příkon 0,0015 W a celé otočení jí potrvá 1 h neboli 3600 s. Její energie spotřebovaná během jednoho otočení bude proto $0,0015 \cdot 3600 \text{ J} = 5,4 \text{ J}$. Z toho díky informaci ze zadání můžeme vyvodit energii pro jedno otočení hodinové ručičky $5,4 \cdot 2/3 \text{ J} = 3,6 \text{ J}$.

Za jeden den se hodinová ručička otočí dvakrát (jedno otočení jí trvá 12 hodin), kdežto minutová se otočí $24\times$, protože se otočí každou hodinu. To dělá za den celkovou spotřebovanou energii $(2\cdot 3,6 + 24\cdot 5,4) \text{ J} = 136,8 \text{ J}$. Následným podělením celkové zásoby energie a její spotřeby dopočítáme, jak dlouho jsou baterie schopné hodiny napájet. Dostáváme

$$\frac{7992 \text{ J}}{136,8 \text{ J/den}} \doteq 58 \text{ dní}$$

Hodiny tedy poběží 58 dní.

Adam Krška

adam@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.