

Úloha III.E ... Doba gumová

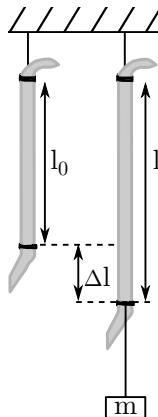
7 bodů; (chybí statistiky)

Určitě jste někdy v ruce měli gumičku. Pokud jste si s ní hráli a použili trochu fyzikální intuice, možná jste si všimli, že síla, kterou gumička působí na vaši ruku po natažení má velikost: $F = k \cdot \Delta l$. Závisí tedy na Δl neboli prodloužení, tedy o kolik gumičku natáhnete vzhledem k její klidové délce, a na k neboli tuhosti gumičky. Tuhost je parametr vlastní gumičky, stejně jako je např. mez pevnosti nebo hustota vlastnost jiných předmětů.

Dokázali byste ale přijít na to, jakou bude mít výslednou tuhost soustava gumiček zapojených paralelně (dvě gumičky vedle sebe) a sériově (na sebe, do jedné gumičky)? Změřte experimentálně tuhost jedné gumičky, která vám přišla spolu se zadáním¹, a poté soustavy dvou sériově a paralelně zapojených gumiček. Výsledky porovnejte s předpokládanými tuhostmi takových soustav. Čím může být způsobený rozdíl?

Úvod

Již na začátku měření narazíme na problém, jak změřit sílu, kterou gumičku natahujeme. Zde jsme použili závaží o hmotnosti $m = 60$ g, které jsme na gumičku věšeli. Tak jsme mohli mít jistotu, že alespoň jedna hodnota bude v rovnici konstantní, a naše měření tím bude přesnější. Dále musíme brát v úvahu fakt, že gumička jako taková není, pro naše potřeby, úplně ideální objekt. Pokud bychom závaží rovnou zavěsili na gumičku, vzniká chyba v měření, způsobená např. ohybem gumičky.² Proto jsme v tomto případě gumičku rozřízli. Poslední problém vyvstal se zapojením gumičky „sériově“ a „paralelně“. Zde byla zapotřebí trocha zručnosti, jelikož jsme dvě rozřízlé gumičky na jejich koncích svázali pomocí nitě, kterou budeme považovat za dokonale tuhou.³ Poté jsme uzel několikrát zatížili, abychom otestovali, zda-li je dostatečně pevný. Určitě nechceme, aby se nám gumička rozpojila, a spadla spolu se závažím na nohu.

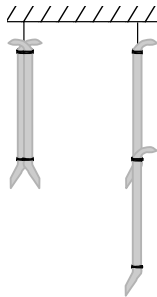


Obr. 1: Nezatížená a zatížená gumička

¹Pokud jste se zaregistrovali nebo řešíte poprvé, pravděpodobně vám žádná obálka nepřišla. Řekněte si o ni na našem e-mailu vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz

²V ohybech gumičky působí menší síla než po její „straně“, a tak by byla výsledná délka odlišná.

³Čili její prodloužení při zatížení je zanedbatelné



Obr. 2: Paralelní a sériové svázání gumiček

Předpoklad

Vraťme se ale k otázce ze zadání, a zamysleme se nad úlohou. Tuhost gumičky úzce souvisí s modulem pružnosti a pružnou deformací, o které byla řeč ve 3. sérii minulého ročníku.⁴ Tam můžeme nalézt následující vztahy:

$$F = \frac{ES}{l_0} \Delta l, \quad \frac{ES}{l_0} = k.$$

V těchto vzorcích se vyskytuje konstanta E , známá jako Youngův modul pružnosti v tahu, který je pro nás momentálně nepodstatný. Více nás totiž zajímá obsah průřezu gumičky S , který je součástí výpočtu tuhosti k . Pokud bychom totiž vedle sebe skládali více gumiček k sobě, mohli bychom uvažovat celou soustavu jako jednu gumičku o průřezu odpovídajícím celkovému součtu jednotlivých průřezů. Zde tedy nalézáme odpověď ohledně paralelního zapojení; pokud dvojnásobně zvětšíme obsah průřezu gumiček, dvojnásobně zvýšíme i jejich tuhost. Z toho také vyplývá, že jejich relativní prodloužení⁵ bude poloviční oproti zavěšení na jednu gumičku. Co se týče sériového zapojení, je úvaha mnohem jednodušší. Zjednodušeně řečeno: síla způsobená tíhou závaží se rozprostře na dvakrát větší délku, proto bude její relativní prodloužení dvojnásobné. Přesněji řečeno: je třeba uvažovat, že za sebou spojené gumičky setrvávají ve stavu rovnováhy se závažím v klidu. Ze 3. Newtonova zákona nahlédneme, že na sebe tehdy musí působit vzájemně stejnými tažnými silami. Pokud jsou však jiných průřezů, musí v nich působit různé *napětí* (podíl síly a plochy, měřený v pascálech), a tak budou mít gumičky různé prodloužení, které má však určitou celkovou hodnotu. Tato vyšší hodnota odpovídá celkově méně tuhé soustavě gumiček, a tedy tuhost soustavy sériově zapojených gumiček je nižší než jakékoli z nich.⁶

Experiment

Po probádání problému se můžeme pustit do samotného měření. Pro zpřesnění hodnoty tuhosti můžeme zavěsit více předmětů o různých hmotnostech, zde si vystačíme s jedním předmětem. Hodnoty pak zaneseme do tabulky, jakou je například tabulka 1.

⁴http://vyfuk.mff.cuni.cz/_media/ulohy/r7/s3/serie3.pdf

⁵Značíme ε , počítá se jako podíl změny délky gumičky (tedy to, o kolik se prodloužila) a její původní délky.

⁶Obdobně to platí ne pro sériové, nýbrž právě naopak paralelně zapojené elektrické odpory. Celkový odpor je pak menší, než kterýkoli ze zapojených.

Tab. 1: Naměřené hodnoty spolu s dopočtenými tuhostmi.

Číslo měření	m [g]	l_0 [cm]	Δl [cm]	k [$\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$]
1	60	9	2,0	30
2	60	18	3,8	16
3	60	9	0,9	65

První řádek ukazuje hodnoty pro jednu gumičku, druhý pro sériové, a třetí pro paralelní zapojení. Síly potřebné pro výpočet tuhosti jsou dopočteny za předpokladu tíhového zrychlení $9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Výsledek je pak zaokrouhlen vždy na 2 des. místa.

Diskuze

Jak si můžeme všimnout, druhé měření pro paralelně zapojené gumičky nám vyšlo $16 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, což je přibližně polovina původní tuhosti gumičky $k = 30 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$. Tuto nepřesnost můžeme vyjádřit jako relativní odchylku od očekávané hodnoty $15 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ jako

$$\sigma = \frac{|16 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1} - 15 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}|}{15 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}} \doteq 6,7\%.$$

Podobně vypočítáme relativní odchylku i pro sériové zapojení, kde bychom očekávali hodnotu $60 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$.

$$\sigma = \frac{|65 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1} - 60 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}|}{60 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}} \doteq 8,3\%$$

Relativní odchylka výsledku od očekávané hodnoty je tedy 6,7% pro paralelní zapojení a 8,3% pro sériové zapojení. Tato odchylka neznamená, že jsme měřili špatně, v druhém a třetím případě, jen nám říká, jak moc můžeme věřit našim měřením. Protože měření dává vždy náhodný výsledek, dostaneme pouze jedním pokusem pro každý případ poměrně nepřesné hodnoty, které by se daly opakovaným měřením zpřesnit, a zlepšit tak i odchylku výsledku od předpokladu.

Můžeme si povšimnout, že naměřené hodnoty odpovídají předpokladu jen přibližně. Proč? V první řadě zanedbáváme mnoho aspektů. Obecně ve fyzice zanedbáváme při experimentech veličiny a jevy, které na ně mají jen nepatrný vliv. Jedná se například o fakt, že gumička není dokonale pružná (protože v ní není na všech místech stejná hustota materiálu). Dále si musíme uvědomit, že samotný tvar gumičky není dokonalý. V některých částech může být užší, nebo naopak širší než v jiných. Takovéto drobné odchylky jsou samy o sobě téměř neškodné, společně ale mohou napáchat velké škody.

Dále mohlo měření ovlivnit mnoho dalších faktorů, např. teplota. Všichni jsme někdy měli v ruce plastelínu. Když ji vezmeme do ruky, moc nám tvarovat nejde. Stačí ji ale chvíli mnout v rukách (a tím ji ohřát), a hned se nám s ní pracuje lépe. Podobně to funguje i u naší gumičky; během měření se mohla měnit její teplota a s ní i její vlastnosti.

V neposlední řadě se jedná o chyby způsobené samotnými výpočty. Použité tíhové zrychlení $9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ je jen přiblížením skutečné hodnoty, což se však při přesnosti našeho měření příliš škodlivě neprojevovalo – skutečné tíhové zrychlení se liší na třetím desetinném místě, naměřená hodnota má však chybu na ještě dříve. Dále nás mohly zradit i některé konstanty, jako

je např. v tomto případě tuhost pryže, ze které se gumičky vyrábějí⁷. Tyto chyby však mají vliv pouze na hodnotu výsledné tuhosti k . Jejich poměry, které jsme si uvedli dříve, zůstávají stejné jako v předpokladu. Ať by tedy faktory tohoto odstavce ovlivnily výsledek sebevíce, stále bychom mohli ověřit platnost hledaných vztahů.

Zmíněné chyby v měření jsou tedy natolik malé (proto je také zanedbáváme), že můžeme celý experiment považovat za úspěšný, a zároveň tím v rámci možné přesnosti potvrdit i naše předpoklady.

Miroslav Jarý

Jason@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

⁷Samotná pryž se vyrábí z přírodního kaučuku, úžasného materiálu, který v Evropě známe přes 250 let. Do něho se pak přidávají různé příměsi v různém množství, což může výrazně ovlivnit vlastnosti výsledného produktu, gumy.