

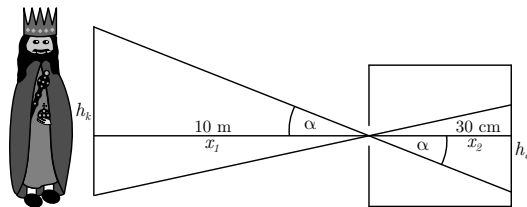
Úloha III.2 ... Camera obscura

5 bodů; (chybí statistiky)

Jeden z nejvýznamnějších českých panovníků Karel IV. si potrpěl na symboliku, a tak například Karlův most byl založen 9. července v 5 hodin a 31 minut, což tvoří palindrom a zároveň tomu datu odpovídala konjunkce Slunce se Saturnem. Pokud by se v této památné chvíli chtěl i vyfotografovat, nemohl by použít klasický fotoaparát,¹ ale mohl by celou scénu zobrazit na papír zařízením zvaným camera obscura a pak například obtáhnout uhlem.

Camera obscura je vlastně temná komora s dírkou, kterou se promítá obraz na zadní stranu krabice tak, že výsledný obraz je zrcadlově obrácenou zmenšeninou skutečnosti v poměru daném poměry vzdáleností. Jak vysoký bude obraz Karla IV. v komoře hluboké 30 cm, pokud je od „fotografa“ vzdálen 10 m a ve skutečnosti byl tento panovník vysoký² 173 cm?

Ze zadání víme, že camera obscura funguje na principu průchodu světla malou dírkou. Tento přístroj si můžeme schematicky představit jako na obrázku 1.



Obr. 1: Karel IV. fotografovaný camerou obscurou

Dále je v zadání zmíněno, že obraz vytvořený camerou obscurou je zrcadlově převrácený a zmenšený v poměru daném poměry vzdáleností. To můžeme znázornit pomocí podobných trojúhelníků uvnitř přístroje.

Představíme si dva paprsky světla, které prochází camerou. Jeden vychází z dolního okraje předmětu, který zobrazujeme, a druhý z horního. V otvoru camery se zkrátí, takže vzniklý obraz bude převrácený. Každý z těchto paprsků svírá s kolmicí k plátnu nějaký úhel α . Pokud si nakreslíme tuto kolmicí, dostaneme dvě dvojice podobných trojúhelníků. Protože jsou trojúhelníky pravoúhlé, víme, že velikost jednoho vnitřního úhlu je 90° a druhé dvojice úhlů jsou vrcholové, tedy také stejné. Z toho vyplývá, že trojúhelníky jsou podobné podle věty *uu*. Proto platí, že všechny vzdálenosti v těchto trojúhelnících jsou ve stejném poměru:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}.$$

Toho můžeme využít tak, že spočítáme, kolikrát je trojúhelník v camere menší než trojúhelník u Karla IV. Stejný poměr totiž bude platit i pro velikost krále a jeho obrazu na zadní straně temné komory.

Protože jsou trojúhelníky podobné, jsou podobné i všechny jejich odpovídající rozměry. Známe vzdálenost krále od otvoru v camere i vzdálenost jeho obrazu. Poměr k těchto vzdáleností x_1 a x_2 je tedy:

$$k = \frac{x_1}{x_2}.$$

¹ten byl vynalezen až v 19. století

²https://cs.wikipedia.org/wiki/Karel_IV.#Fyzická_podoba,_zranění,_nemoci

Když teď známe poměr podobnosti trojúhelníků, můžeme dopočítat velikost obrazu Karla IV. Pro velikost obrazu platí poměr

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{h_k}{h_o},$$

kde h_k je výška krále a h_o velikost obrazu. Velikost obrazu neboli výšku obrazu krále tedy spočítáme jako

$$h_o = \frac{h_k x_2}{x_1}.$$

Dosadíme do vzorce hodnoty ze zadání:

$$h_o = \frac{1,73 \text{ m} \cdot 0,3 \text{ m}}{10 \text{ m}} = 0,0519 \text{ m} \doteq 5,2 \text{ cm}$$

V komoře hluboké 30 cm bude obraz Karla IV. vysoký asi 5,2 cm.

Lubor Čech

cech@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.