

**Úloha II.4 . . . Jak dlouho mám zalévat?** 6 bodů; průměr 4,26; řešilo 19 studentů

Výfuček dostal zajímavý úkol – zalít strom přibližně  $V = 15 \ell$  vody. Dostal k tomu hadici, ze které tekla voda, ale o neznámém průtoku. Výfuček si i přesto poradil – vzal hadici, dal ji do výšky  $h = 1 \text{ m}$  rovnoběžně se zemí a zjistil, že voda z hadice dostříkne do vzdálenosti  $s = 1 \text{ m}$ . Poté už si jen změřil průměr hadice, což mu vyšlo  $d = 1 \text{ cm}$  a hned věděl, jak dlouho má strom zalévat. Určete tento čas i vy. Dodržujte značení známých veličin ze zadání.<sup>1</sup> Příklad řešte nejprve obecně (tj. počítejte s písmeny a ne s konkrétními čísly) a až na konci dosadte hodnoty ze zadání.

Celou úlohu budeme řešit odzadu, což je obvykle nejlepší způsob. Začneme s úvahou, jak zjistit hledaný čas, a postupně budeme úlohu rozkouskóvat na jednodušší podúlohy, které umíme snadno vyřešit.

Jak napovídá zadání, k určení délky zalévání potřebujeme znát průtok. Ten si označíme  $Q$ , jak je zvykem. Průtok je objem vody, který proteče za daný čas, matematicky jej zapíšeme jako:

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t}.$$

Znaky  $\Delta$  nás nemusí mást, obvykle značí změnu veličiny. Konkrétně  $\Delta V$  je v našem případě rovno  $V$ , protože chceme, aby byl strom zalit z  $0 \ell$  na  $15 \ell$  vody. Obdobně čas  $\Delta t$  je v našem případě rovno  $t$ , protože začínáme měřit čas v době, kdy pustíme vodu (strom je zalit  $0 \ell$  vody), a přestáváme v čase  $t$ , kdy je strom plně zalit.

Z rovnice vyjádříme hledaný čas:

$$t = \frac{V}{Q}.$$

Objem  $V$  známe, musíme určit průtok  $Q$ .

Podívejme se na vodu v hadici o průřezu  $S$ , která za nějaký malý čas  $\Delta t$  urazí nějakou malou vzdálenost (posune se v hadici o  $\Delta s$ ) a zkusme zapsat průtok  $Q_h$ :

$$Q_h = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{S \Delta s}{\Delta t} = S v.$$

Jak můžeme vidět, průtok je taktéž definován jako součin průřezu obsahu  $S$  hadice a rychlosti  $v$ , jakou voda v hadici proudí. Určíme tento průřez jako obsah kruhu o průměru  $d$ :

$$S = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi d^2}{4}.$$

Nyní musíme určit rychlost, jakou proudí voda v hadici. K tomu očividně použijeme poslední zbylé údaje v zadání. Víme, že za nějaký čas  $t_p$ , po který voda padala, urazila vzdálenost  $s$  hledanou rychlostí  $v$ :

$$v = \frac{s}{t_p}.$$

Nyní vypočítáme čas pádu vody  $t_p$  pomocí vzorce, který popisuje pád těles v tíhovém poli Země:

$$h = \frac{1}{2} g t_p^2,$$

<sup>1</sup>Pro tíhové zrychlení použijte obvyklé značení i hodnotu.

odkud vyjádříme  $t_p$ :

$$t_p = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Nyní už jen vše dosadíme do první rovnice:

$$t = \frac{V}{Q} = \frac{V}{\frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{s}{\sqrt{\frac{2h}{g}}}} = \frac{4V\sqrt{\frac{2h}{g}}}{\pi d^2 s},$$

což je obecné řešení. Nyní dosadíme hodnoty, ale musíme je převést do základních jednotek:

$$t = \frac{4 \cdot 0,015 \text{ m}^3 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1 \text{ m}}{9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}}}{\pi \cdot (0,01 \text{ m})^2 \cdot 1 \text{ m}} \doteq 86 \text{ s}.$$

Výfuček má strom zalévat asi 86 s.

#### *Poznámky k došlým řešením*

Velmi častou chybou, za kterou jsme ale nestrhávali body, bylo, že jste celkový vzoreček sestavili s poloměrem hadice, nikoliv se zadaným průměrem a celkově jste nedodržovali značení ze zadání. Většina z vás ale bohužel na celkový obecný vzorec úplně zapoměla. Musíme pochválit, že jste se téměř všichni dopracovali alespoň k nějakému řešení, ať už se jednalo pouze o několik výpočtů či názorný nákres.

*Robert Gemrot*

*Martina Daňková*

---

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.