výfuk

výpočty fyzikálních úkolů

Milí kamarádi,

touto brožurkou se přehoupneme do druhé poloviny školního roku i tohoto ročníku Výfuku. Naleznete v ní jak zadání 4. série, tak správná řešení a vaše body ze série druhé. V úlohách si můžete spočítat, jak rychle odklidíte sníh, co se děje s velikostí fazole, koukáte-li se na ní přes čočky, nebo například jak rychle můžete roztočit pouťový kolotoč.

Výfučtení se týká moderního fyzika Arthura Ashkina, který obdržel Nobelovu cenu teprve v loňském roce. Z důvodů příprav letošního FYKOSího Fyziklání,[1] které se koná 15. února v Top Hotelu Praha však text a příslušnou 7. úlohu uveřejníme později. Pro více informací se podívejte níže na zadání úloh.

Pokud si chcete zpestřit pololetí, i v letošním roce se bude v Praze 14. února konat Jeden den s Fyzikou. Těšit se můžete na zajímavé přednášky a pohled do různých fyzikálních laboratoří. Všechny potřebné informace naleznete na webových stránkách.[2]

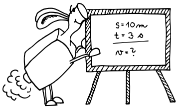
V lednu a únoru také můžete pozorovat první dva ze třech letošních tzv. *supermoon*, úplňky, kdy se Měsíc nachází velmi blízko Zemi a může se proto jevit jasnější a větší. Dalekohledy si nažhavte 21. ledna a 19. února.

Mnoho zábavy při řešení dalších úloh!

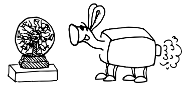
Organizátoři
vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz

[1] https://fyziklani.cz/
[2] https://www.mff.cuni.cz/cs/verejnost/informacni-dny/jeden-den-s-fyzikou/2019

matfyz



Zadání IV. série



Termín uploadu: 4. 3. 2019 20.00
Termín odeslání: 4. 3. 2019

Úloha IV.1 ... Lijavec ❻ ❼ 5 bodů

Pepu na výletě zaskočila bouřka. Chtěl vědět, jak daleko je a jako časomíru použil svůj vlastní tep. Změřil, že od zablesknutí se hrom ozve za 21 tepů. Pepův tep je 70 tepů/min. Počítáte-li s rychlostí zvuku $v = 333{,}3\,\mathrm{m/s}$, jak daleko je bouřka (resp. blesk, který slyšel) od Pepy?

Úloha IV.2 ... V závějích se bude špatně sklízet ❻ ❼ ❽ ❾ 6 bodů

Během vánočních prázdnin napadalo velké množství sněhu, které bylo třeba odklidit ze dvou sousedních luk. První louka má dvojnásobnou plochu oproti té druhé. Skupinka organizátorů se ráno vrhne na první, větší louku, a začne ji odhrabávat. V polovině pracovní doby se pak skupinka rozdělí na poloviny – první polovina zůstane na velké louce a druhá začne práci na menší. Na konci pracovní doby je velká louka uklizená a na malé louce zbude tolik sněhu, že jej dokáže uklidit jeden organizátor za jeden den. Kolik organizátorů odklízelo sníh první den?

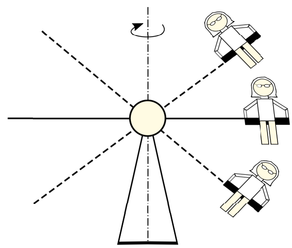
Úloha IV.3 ... Na železnici dějou se věci ❻ ❼ ❽ ❾ 6 bodů

Mišo jedoucí ve své lokomotivě původní rychlostí v_0 začal rovnoměrně brzdit tak, aby do zastavení ujel pouze další dráhu s. Vzápětí (tj. na začátku brzdné dráhy) si však všiml, že v polovině zbývající dráhy leží spadlý kmen stromu. Protože brzdit nemohl rychleji, Mišovi nezbylo než rychle počítat. Kolik z celkového brzdného času t uběhne až do chvíle kontaktu s překážkou na trati? Při řešení vám pomůže znázornění pohybu pomocí grafu.

Úloha IV.4 ... Krátkozraký ❻ ❼ ❽ ❾ 6 bodů

Marcovi velmi chutná čočka. Jednoho dne si pořídil spojnou, která má ohniskovou vzdálenost 1 cm z obou stran, a k tomu druhou, také spojnou o dvojnásobné ohniskové vzdálenosti. Nejdříve se podíval na fazoli o výšce 2 cm první čočkou, kterou umístil do vzdálenosti také 2 cm od fazole. Poté o 5 cm blíže ke svým očím umístil druhou, takže se na fazoli díval skrz obě čočky. Protože má ale Marco dvě oči, může rozpoznat, kde v prostoru leží výsledný obraz fazole po průchodu světla oběma čočkami, a jakou má vzdálenost od druhé čočky. Kde tedy leží výsledný obraz fazole a jak je vysoký?

Úloha IV.5 ... Už se to točí? ❻ ❼ ❽ ❾ ★ 8 bodů



Některé kolotoče na poutích se dokáží sklápět tak, že návštěvníci sedí nakloněni na stranu pod úhlem 45° vůči zemi jednou nad a jindy pod původní vodorovnou hladinou, přičemž je osa otáčení stále kolmá k zemi tak jako na obrázku. Jednou si Bětka do takového kolotoče s koeficientem smykového tření μ sedla[3] (pohledem ve směru otáčení), byla připoutaná a nedržela se. Při dostatečně rychlých otáčkách však tření přestalo stačit a Bětka se musela chytit, aby zůstala na místě. Tíhové zrychlení g považujeme jako obvykle za známé.

1. Určete maximální otáčky kolotoče, kdy se Bětka ještě nemusí držet, pokud je mezi Bětkou a osou kolotoče známá vzdálenost r a kolotoč je zpočátku nastaven do vodorovné polohy.

2. Jak velká je maximální možná na Bětku působící třecí síla při hmotnosti m, pokud ji kolotoč naklopí o 45° k zemi, avšak při stejné délce ramene[4] a dané rychlosti otáčení ω kolem stále svislé osy?

3. Jaké jsou v takovém případě opět maximální otáčky bez držení? Jaké podmínky by měl z toho splňovat koeficient tření, aby se návštěva poutě odehrála postupně tak, jak je popsáno v prvním odstavci?

4. Pokud naopak rameno zvedneme o 45° nad původní polohu, jak se obě podmínky změní?

Své výsledky můžete uvést v úhlové rychlosti (ω) i frekvenci (f).

Úloha IV.E ... Vy nečetli, a přesto rozmrazili? ❻ ❼ ❽ ❾ 7 bodů

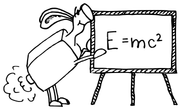
Obyčejná voda tuhne zhruba při 0 °C za pokojového tlaku, avšak vodné roztoky mohou tuhnout i při nižších teplotách. Nemrznoucí kapaliny používané pro provoz dopravních prostředků za třeskutých mrazů využívají tohoto principu a ve směsi s vodou posouvají bod tuhnutí o více než 30 °C níže. Obvykle jde však o jedovaté látky s dalšími zvláštními vlastnostmi. My si vyrobíme vlastní nemrznoucí kapalinu z netoxické jedlé soli NaCl a vody. Určete teplotu ve vašem[5] mrazáku, a pokud je vyšší než −20 °C (v opačném případě mu můžete snížit výkon), najděte, jaký je minimální obsah soli ve vašem roztoku, při kterém za této teploty roztok nezmrzne. Vyhodnoťte také přesnost vašeho měření.

Úloha IV.C ... Toto je světlo a toto je tma ❻ ❼ ❽ ❾ 7 bodů

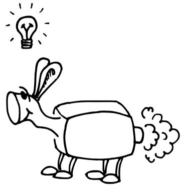
Jak je již zmíněno v úvodníku – tato úloha bude spolu s 4. Výfučtením uveřejněna později. Sledujte nás na našem webu a Facebooku, kde bude jejich zveřejnění včas oznámeno spolu s termínem, do kterého akceptujeme vaše řešení (pouze) této úlohy, a to poštou i e-mailem po termínu zbytku série.

---

[3] Řecké písmeno μ [mí] je dalším z často používaných symbolů pro koeficient smykového tření kromě f.
[4] Poloměr otáčení bude tedy nutně menší než délka ramene.
[5] či v jakémkoliv jiném nebo jinak dostupném



Řešení II. série



Úloha II.1 ... Black and white

5 bodů; průměr 3,73; řešilo 11 studentů

Michal si rád kupuje esíčka. Bohužel se v nich nachází jak černá, tak bílá esíčka a Michal má rád pouze černá. V sáčku je 18 bílých a 18 černých esíček. Pokud si Michal tahá ze sáčku vždy náhodně a bez dívání dvě esíčka, jaká je pravděpodobnost, že budou obě černá? Kolik esíček musí celkem z plné krabice vytáhnout, aby měl zaručeně alespoň jedno černé?

Uvědomme si, co je to vlastně pravděpodobnost.[6] Pravděpodobnost je číslo od 0 do 1,[7] které určuje, jaká je šance, že dostaneme hledaný výsledek ze všech možných výsledků. Toto číslo je definováno jako podíl počtu hledaných výsledků a celkového počtu možných výsledků.

V první části máme zjistit, jaká je pravděpodobnost, že vytáhneme dvě černá esíčka. Nejdříve zjistěme pravděpodobnost vytáhnutí jednoho černého esíčka. V sáčku je celkem 18 černých esíček z celkového počtu 36. To znamená, že šance na vytáhnutí černého esíčka je $18/36 = 1/2$. Při vytahování druhého černého esíčka se nám pravděpodobnost trochu zmenší, protože v krabičce jich zůstane 17, společně s 18 bílými. Šance, že tentokrát vytáhneme námi chtěnou barvu, je $17/35$.

Pravděpodobnost vytáhnutí dvou stejně barevných esíček po sobě je $17/35$ z $1/2$, což je $17/35 \cdot 1/2 = 17/70$.

Abychom zaručeně dostali alespoň jedno černé esíčko z plné krabice, musíme vytáhnout 19 esíček, protože se nám může stát, že prvních 18 esíček, která vytáhneme, bude bílých a po vytažení všech bílých už máme 100% pravděpodobnost na vytáhnutí černého esíčka, protože tam už žádné jiné není.

Adam Krška

Úloha II.2 ... Nepředstavitelně pálivá

6 bodů; průměr 4,15; řešilo 27 studentů

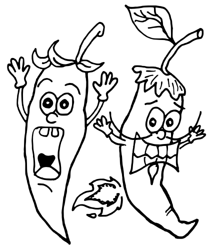
Viktor dostal chuť na chilli omáčku. Jelikož ale neměl žádné chilli papričky v dostatečném množství, rozhodl se použít všechny, co měl. Použil 300 g *čerstvých papriček Habanero (SHU 300 000),* 50 g *čerstvé papričky Jalapeño (SHU 6 000) a* 25 g *čerstvé Carolina Reaper (SHU 2 200 000). Pak přidal* 30 g *sušených papriček Bhut Jolokia (SHU 1 050 000). Vše zamíchal do* 500 g *nepálivých ingrediencí. Viktora by zajímalo, kolik SHU má výsledná chilli omáčka, pokud sušením ztratí chilli paprika* 95 % *vody a podíl pevné složky je u ní* 8 %.

Pálivost paprik se měří pomocí stupnice pálivosti SHU (Scovilleho jednotky pálivosti). Pálivost se určuje tak, že sladká paprika má SHU 0 a u daného vzorku je hodnota SHU rovná tomu, kolikrát musíme roztok naředit, aby pálení nebylo postřehnutelné. Jednotku SHU lze také převést na klasickou koncentraci pálivé látky kapsaicinu uvedenou v g/g *pomocí pálivosti*

[6] Existuje více definic pravděpodobnosti, ale zde se budeme zabývat klasickou (Laplaceovou) pravděpodobností, se kterou jste se mohli setkat ve škole.

[7] Je možné ho vyjádřit i v procentech.

čistého kapsaicinu $16 \cdot 10^6$ SHU. *Jedna jednotka SHU tedy odpovídá koncentraci kapsaicinu* $6{,}25 \cdot 10^{-8}$ g/g. *Pálivost se uvádí pro čerstvou papriku.*



Na začátku si pro potřeby řešení této úlohy definujeme „fyzikální“ veličinu pálivost pomocí podílu hmotnosti kapsaicinu m_C a celkové hmotnosti papričky m vynásobeného šestnácti miliony. Pálivost budeme značit S_H (*Scoville Heat*, česky Scovilleho pálivost) a její jednotku nazveme SHU (*Scoville Heat Unit*). Úlohu je možné řešit tak, že si spočítáme celkové množství kapsaicinu obsaženého v jednotlivých druzích papriček, tato množství sečteme a následně jej podělíme celkovou hmotností směsi (včetně nepálivých ingrediencí). Tento výsledný podíl vztáhneme na 16 mil. SHU, jak je popsáno v definici.

Pro papričky Habanero platí, že známe celkovou hmotnost papriček $m = 300\,\mathrm{g}$ a jejich pálivost $S_\mathrm{H} = 300\,000\,\mathrm{SHU}$. Stačí vyjít z definičního vztahu pálivosti, vyjádřit si z něj hmotnost kapsaicinu $m_{\mathrm{C_H}}$ a dopočítat ji.

$$S_\mathrm{H} = \frac{m_C}{m} \cdot (16\,000\,000\,\mathrm{SHU})$$

$$m_{\mathrm{C_H}} = \frac{S_H m_H}{16\,000\,000\,\mathrm{SHU}} = \frac{300\,000\,\mathrm{SHU} \cdot 300\,\mathrm{g}}{16\,000\,000\,\mathrm{SHU}} = 5{,}625\,\mathrm{g}$$

Podobně postupujeme i u papriček Jalapeño: dosadíme přímo do vzorce pro m_C odvozeného u Habanera. Toto odvození je do jisté míry intuitivní a nemusí být součástí řešení. V tomto případě píšeme hmotnost tak, aby byl výsledek bez zaokrouhlení naprosto přesný. Obecně však nestačí k přesnému výsledku opsat všechna čísla z kalkulačky, protože i ta ve svých výpočtech zaokrouhluje, a tak je dobré výsledky rovněž rozumně zaokrouhlit.

$$m_{\mathrm{C_J}} = \frac{6\,000\,\mathrm{SHU} \cdot 50\,\mathrm{g}}{16\,000\,000\,\mathrm{SHU}} = 0{,}018\,75\,\mathrm{g}$$

Pro papričky Carolina Reaper postupujeme stejně:

$$m_{\mathrm{C_C}} = \frac{2\,200\,000\,\mathrm{SHU} \cdot 25\,\mathrm{g}}{16\,000\,000\,\mathrm{SHU}} = 3{,}437\,5\,\mathrm{g}\,.$$

V případě papriček Bhut Jolokia je postup o něco složitější. Abychom mohli postupovat stejně jako u předchozích papriček, musíme nejprve ze zadaných hodnot zjistit hmotnost čerstvých papriček Bhut Jolokia. Vystačíme si s následující úvahou. Hmotnost sušených papriček si označme m'_B, hmotnost těchto paprik v čerstvém stavu m_B. Potom platí rovnost $m'_\mathrm{B} = 0{,}08 m_\mathrm{B} + 0{,}92 \times 0{,}05 m_\mathrm{B}$ (hmotnost sušených paprik je součet hmotnosti pevného podílu a zbývající vody). Z této rovnice už není složité vyjádřit m_B. Nebudeme ji vyčíslovat, rovnou ji dosadíme do rovnice pro hmotnost kapsaicinu a spočítáme si jeho hmotnost i pro tuto poslední papričku.

$$m'_\mathrm{B} = 0{,}08 m_\mathrm{B} + 0{,}92 \cdot 0{,}05 m_\mathrm{B}$$
$$m_\mathrm{B} = \frac{m'_\mathrm{B}}{0{,}126}$$
$$m_{\mathrm{C_B}} = \frac{1\,050\,000\,\mathrm{SHU} \cdot (30\,\mathrm{g}/0{,}126)}{16\,000\,000\,\mathrm{SHU}} = 15{,}625\,\mathrm{g}$$

Označme si hmotnost nepálivých ingrediencí m. Z definice pálivosti můžeme konečně na základě spočítaných hmotností kapsaicinu a paprik spočítat i celkovou pálivost omáčky $S_{\mathrm{H_O}}$.

$$S_{\mathrm{H_O}} = \frac{16\,000\,000\,\mathrm{SHU} \cdot (m_{\mathrm{C_H}} + m_{\mathrm{C_J}} + m_{\mathrm{C_C}} + m_{\mathrm{C_B}})}{m + m_\mathrm{H} + m_\mathrm{J} + m_\mathrm{C} + m'_\mathrm{B}} =$$
$$= \frac{16\,000\,000\,\mathrm{SHU} \cdot (5{,}625\,\mathrm{g} + 0{,}018\,75\,\mathrm{g} + 3{,}437\,5\,\mathrm{g} + 15{,}625\,\mathrm{g})}{500\,\mathrm{g} + 300\,\mathrm{g} + 50\,\mathrm{g} + 25\,\mathrm{g} + 30\,\mathrm{g}} \doteq 436\,796\,\mathrm{SHU}$$

Omáčka tedy bude mít pálivost přes 430 000 SHU, což je opravdu vysoká hodnota. V průběhu počítání jsme mohli dojít k zajímavým zjištěním, třeba že Jalapeňo rozhodně nebylo přidáno kvůli své pálivosti, ale spíše kvůli své vůni, a že se sušenými papričkami je potřeba být skutečně maximálně opatrný.

Dobrou chuť.

Viktor Materna

Úloha II.3 ... Zmatek v laboratoři

5 bodů; průměr 4,03; řešilo 34 studentů

Julče se v laboratoři pomíchaly chemikálie, a tak se stalo, že ve skleněné vaně byla smíchána destilovaná voda, řepkový olej a rtuť. Tyto kapaliny se naštěstí nemísí, a tak je Julča může jednoduchou metodou opět oddělit. Po oddělení tvoří každá kapalina vrstvu vysokou 2 cm.

1. *V jakém pořadí se kapaliny usadily?*
2. *Jaká je celková hmotnost směsi v nádobě?*
3. *Určete tlakovou sílu na dno nádoby a hydrostatický tlak u dna.*

Vana má rozměry 20 × 14 cm, *na výšku* 10 cm.

Nejdříve si převedeme rozměry vany na základní jednotky – délka vany je $l = 20\,\mathrm{cm} = 0{,}2\,\mathrm{m}$, šířka $w = 14\,\mathrm{cm} = 0{,}14\,\mathrm{m}$ a výška $h = 10\,\mathrm{cm} = 0{,}1\,\mathrm{m}$. Výška každé vrstvy je $v = 2\,\mathrm{cm} = 0{,}02\,\mathrm{m}$.

1. Pro zjištění pořadí usazených kapalin potřebujeme nejdříve zjistit jejich hustotu. Hustota vody[8] je $\varrho_v = 998\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$, rtuti $\varrho_r = 13\,579\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$ a řepkového oleje[9] $\varrho_o = 915\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$. Pořadí kapalin bude určeno podle hustoty – čím větší hustota, tím níže bude daná kapalina. Důvodem je jejich nemísitelnost, která umožňuje uplatnění Archimédova zákona na kapky libovolné z nich, obklopené ostatními. Kapalina nižší hustoty se tak dostane k hladině pomocí vztlakové síly. Pořadí odspoda tedy bude **rtuť, voda, řepkový olej**.

[8] `http://www.converter.cz/tabulky/hustota-kapalin.htm`
[9] `http://www.prvky.com/hustota.html`

2. Celková hmotnost kapalin bude součet jednotlivých hmotností. Při jejím výpočtu též využijeme vztah mezi hustotou, hmotností a objemem těles $m = V \cdot \varrho$.

$$m_c = m_r + m_v + m_o = V(\varrho_r + \varrho_v + \varrho_o) = wlv(\varrho_r + \varrho_v + \varrho_o) = \\ = 0{,}14 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}02 \cdot (13\,579 + 998 + 915)\ \mathrm{kg} \doteq 8{,}68\,\mathrm{kg}$$

Lze vidět, že při počítání objemu jsme použili výšku jedné vrstvy v a ne výšku vany, kterou při výpočtech nebudeme potřebovat. Sama vana je totiž vyšší, než je kapalinový sloupec celkem.

3. Síla, kterou budou kapaliny působit, bude tíhová síla od Země, tudíž bude mít velikost

$$F = gm_c = gwlv(\varrho_r + \varrho_v + \varrho_o) = \\ = 9{,}81 \cdot 0{,}14 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}02 \cdot (13\,579 + 998 + 915)\ \mathrm{N} \doteq 85{,}1\,\mathrm{N}\,.$$

Hydrostatický tlak u dna bude mít velikost

$$p = \frac{F}{S} = \frac{gwlv(\varrho_r + \varrho_v + \varrho_o)}{wl} = gv(\varrho_r + \varrho_v + \varrho_o)\,, \\ = 9{,}81 \cdot 0{,}02 \cdot (13\,579 + 998 + 915)\ \mathrm{Pa} \doteq 3\,040\,\mathrm{Pa}\,.$$

Jak jsme si mohli všimnout, šířka a délka vany se při výpočtu pokrátily, což znamená, že hydrostatický tlak v tomto případě nezáleží na šířce a délce, nýbrž jenom na výšce jednotlivých vrstev kapalin.

Patrik Kašpárek

Úloha II.4 ... Jak dlouho mám zalévat? 6 bodů; průměr 4,20; řešilo 20 studentů

Výfuček dostal zajímavý úkol – zalít strom přibližně $V = 15\,\ell$ vody. Dostal k tomu hadici, ze které tekla voda, ale o neznámém průtoku. Výfuček si i přesto poradil – vzal hadici, dal ji do výšky $h = 1\,\mathrm{m}$ rovnoběžně se zemí a zjistil, že voda z hadice dostříkne do vzdálenosti $s = 1\,\mathrm{m}$. Poté už si jen změřil průměr hadice, což mu vyšlo $d = 1\,\mathrm{cm}$ a hned věděl, jak dlouho má strom zalévat. Určete tento čas i vy. Dodržujte značení známých veličin ze zadání.[10] Příklad řešte nejprve obecně (tj. počítejte s písmeny a ne s konkrétními čísly) a až na konci dosaďte hodnoty ze zadání.

Celou úlohu budeme řešit odzadu, což je obvykle nejlepší způsob. Začneme s úvahou, jak zjistit hledaný čas, a postupně budeme úlohu rozkouskovávat na jednodušší podúlohy, které umíme snadno vyřešit.

Jak napovídá zadání, k určení délky zalévání potřebujeme znát průtok. Ten si označíme Q, jak je zvykem. Průtok je objem vody, který proteče za daný čas, matematicky jej zapíšeme jako:

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t}\,.$$

Znaky Δ nás nemusí mást, obvykle značí změnu veličiny. Konkrétně ΔV je v našem případě rovno V, protože chceme, aby byl strom zalit z $0\,\ell$ na $15\,\ell$ vody. Obdobně čas Δt je v našem

[10] Pro tíhové zrychlení použijte obvyklé značení i hodnotu.

případě rovno t, protože začínáme měřit čas v době, kdy pustíme vodu (strom je zalit $0\,\ell$ vody), a přestáváme v čase t, kdy je strom plně zalit.

Z rovnice vyjádříme hledaný čas:

$$t = \frac{V}{Q}\,.$$

Objem V známe, musíme určit průtok Q.

Podívejme se na vodu v hadici o průřezu S, která za nějaký malý čas Δt urazí nějakou malou vzdálenost (posune se v hadici o Δs) a zkusme zapsat průtok Q_h:

$$Q_h = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{S\Delta s}{\Delta t} = Sv\,.$$

Jak můžeme vidět, průtok je taktéž definován jako součin průřezu obsahu S hadice a rychlosti v, jakou voda v hadici proudí. Určíme tento průřez jako obsah kruhu o průměru d:

$$S = \pi r^2 = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi d^2}{4}\,.$$

Nyní musíme určit rychlost, jakou proudí voda v hadici. K tomu očividně použijeme poslední zbylé údaje v zadání. Víme, že za nějaký čas t_p, po který voda padala, urazila vzdálenost s hledanou rychlostí v:

$$v = \frac{s}{t_\mathrm{p}}\,.$$

Nyní vypočítáme čas pádu vody t_p pomocí vzorce, který popisuje pád těles v tíhovém poli Země:

$$h = \frac{1}{2}gt_\mathrm{p}^2\,,$$

odkud vyjádříme t_p:

$$t_\mathrm{p} = \sqrt{\frac{2h}{g}}\,.$$

Nyní už jen vše dosadíme do první rovnice:

$$t = \frac{V}{Q} = \frac{V}{\dfrac{\pi d^2}{4}\cdot\dfrac{s}{\sqrt{\dfrac{2h}{g}}}} = \frac{4V\sqrt{\dfrac{2h}{g}}}{\pi d^2 s}\,,$$

což je obecné řešení. Nyní dosadíme hodnoty, ale musíme je převést do základních jednotek:

$$t = \frac{4\cdot 0{,}015\,\mathrm{m}^3\cdot\sqrt{\dfrac{2\cdot 1\,\mathrm{m}}{9{,}81\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}}}}{\pi\cdot(0{,}01\,\mathrm{m})^2\cdot 1\,\mathrm{m}} \doteq 86\,\mathrm{s}\,.$$

Výfuček má strom zalévat asi 86 s.

Poznámky k došlým řešením

Velmi častou chybou, za kterou jsme ale nestrhávali body, bylo, že jste celkový vzoreček sestavili s poloměrem hadice, nikoliv se zadaným průměrem a celkově jste nedodržovali značení ze zadání. Většina z vás ale bohužel na celkový obecný vzorec úplně zapomněla. Musíme pochválit, že jste se téměř všichni dopracovali alespoň k nějakému řešení, ať už se jednalo pouze o několik výpočtů či názorný nákres.

Robert Gemrot ***Martina Daňková***

Úloha II.5 ... Fotbalová

7 bodů; průměr 4,43; řešilo 14 studentů

Adam je vášnivý fotbalista a rád by se naučil kopat věhlasnou Carlosovu zatáčku,[11] *pro ni se však musí nejdříve naučit pracovat s tzv. Magnusovou silou, která způsobuje zatáčení rotujícího míče za letu do směru kolmého na jeho pohyb a zároveň kolmo od jeho osy rotace. Existuje více jejích definic, my využijeme tu nejjednodušší:*

$$F_\mathrm{M} = \frac{1}{8}\varrho v d^3 \omega\,,$$

kde F_M je síla působící na míč, ϱ je hustota vzduchu, v a d jsou rychlost a průměr míče, a ω je úhlová rychlost jeho rotace. Ze dvou možných směrů působí na tu stranu, na které se povrch rotujícího míče pohybuje spolu s obtékajícím vzduchem. *V celé úloze zanedbejme odpor vzduchu.*

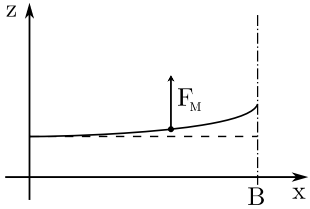
1. *V projekci na rovinu hřiště a na rovinu kolmou k povrchu hřiště načrtněte typickou trajektorii volně vykopnutého rychle rotujícího míče, který má osu rotace kolmou k zemi. Vyznačte správně osu, směr rychlosti i působící síly na míč odpovídající směru otáčení, který si zvolíte.*
2. *Adam stojí na středové čáře v* 90 m *dlouhém fotbalovém hřišti tak, že přímo před sebou vidí brankovou tyčku. Míč vykopne bez roztočení horizontální rychlostí* $100\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$ *s mírným stoupáním tak, aby dopadl na brankovou čáru. Do jaké největší výšky míč při tomto kopu vystoupá? Může jej v tom momentu nějaký hráč zastavit bez použití rukou? Potřebné údaje, vzdálenosti a konstanty si vyhledávejte.*[12]
3. *Je-li osa rotace kolmá k zemi, jak velkou faleš (úhlovou rychlost nebo frekvenci rotace) musí míči udělit, aby dopadl doprostřed brankové čáry? Pootáčení směru působení M. síly během letu zanedbejte.*

1. Když si půjdeme zahrát fotbal, vykopnutý míč se v ideálních podmínkách bude řídit pravidly šikmého vrhu. Při něm je těleso s nenulovou počáteční rychlostí přitahováno k povrchu planety. Trajektorie takového letu (pomyslná křivka, kterou míč „nakreslí“ při svém letu) je *parabola*.[13] Po promítnutí do roviny hřiště (jako bychom se na let dívali z ptačí perspektivy) a do roviny kolmé na hřiště (jako bychom seděli na tribuně) se nám objeví grafy na obrázcích 1 a 2.

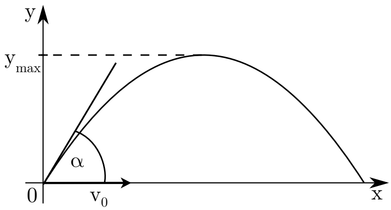
[11] `http://youtu.be/3ECoR__tJNQ`

[12] Může pomoci `https://bit.ly/2QLVHHs`

[13] Pokud navíc uvažujeme odpor vzduchu, křivku nazýváme *balistickou*.



Obr. 1: Pohled ze shora



Obr. 2: Pohled z boku

U prvního obrázku vidíme dvě křivky. První – úsečka vyznačená čárkovaně – ukazuje dráhu letu bez rotace míče; ten se tedy pohybuje jen po ose x díky setrvačnosti. Druhá plná čára vyznačuje pohyb s přidanou rotací a působením Magnusovy síly F_{M}; tato síla hýbe s tělesem jen ve směru osy z, a uděluje mu konstantní zrychlení, tedy křivka je opět parabola, jak je znázorněno. Bod B a kolmice znázorňuje brankovou čáru.

Druhý graf, z pohledu diváka na stadionu, se skládá jen z jedné křivky. To proto, že odsud „nevidí“ osu z, a tak se obě trajektorie překrývají.[14] Vidíme zde samotný začátek výkopu – počáteční horizontální rychlost v_0 a tzv. elevační úhel α, pod kterým Adam míč uvedl do pohybu. Také si můžeme všimnout, že maximální výška $y_{\max}$ se nachází přímo uprostřed letu, jelikož zanedbáváme odpor vzduchu.

2. Při výpočtu maximální výšky si můžeme problém převést na dvojici vodorovných vrhů za sebou. První vrh je pozpátku od Adama do výšky $y_{\max}$ a druhý je stejný, ale zase z této výšky až na br. čáru. Vodorovná doletová vzdálenost šikmého vrhu je $s_x = 45\,\mathrm{m}$. Dále použijeme vzorec pro výpočet výšky, ze které je těleso vrženo. V něm ale musíme znát čas letu $t/2$, jenž odpovídá době letu po dráze $s/2$ rychlostí v_0. Důvodem pro použití polovin je, že do maximální výšky se dostane míč, jak už bylo zmíněno, v polovině letu. Po dosazení tedy získáme:

$$\begin{aligned} y_{\max} &= \frac{g(t/2)^2}{2} = \frac{gs^2}{8v_0^2}\,, \\ &= \frac{9,81 \cdot 45^2}{8 \cdot 27,78^2}\,\mathrm{m} \doteq 3{,}22\,\mathrm{m}\,. \end{aligned}$$

[14] Je sice pravda, že míč musí v jednom případě překonat větší vzdálenost, ale na druhou stranu má i vyšší rychlost (kvůli Magnusově síle). Proto se obě dráhy překrývají.

To je výška, do které průměrně vysoký fotbalista nemůže dosáhnout hlavou ani s výskokem. Rukama si pomoci nemůže, protože ty jsou ve fotbale zakázané. V nejvyšším bodě tedy protihráč nemá šanci gól zastavit.

3. Na internetu můžeme dohledat standardní šířku branky $b_\mathrm{c} = 7{,}32\,\mathrm{m}$, hustotu vzduchu $\varrho = 1{,}2\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$ a parametry fotbalového míče; $m = 0{,}43\,\mathrm{kg}$ a $d = 0{,}22\,\mathrm{m}$. Ovšem, k výpočtu potřebujeme jen polovinu šířky branky, tedy $s_z = 3{,}66\,\mathrm{m}$. Dále si vyjádříme ze vztahu uvedeného v zadání hledanou úhlovou rychlost:

$$\omega = \frac{8F_\mathrm{M}}{\varrho v d^3}\,.$$

Jediná neznámá, která se nám zde vyskytuje, je Magnusova síla F_M. Její velikost odpovídá síle, která by dodala míči takové zrychlení ve směru z, aby urazil dráhu s_z. Jelikož zrychlení je úměrné síle podle druhého Newtonova zákona, můžeme k výpočtu použít vzorec pro výpočet rovnoměrně zrychleného pohybu:

$$s_z = \frac{1}{2}a_z t^2 = \frac{1}{2}\frac{F_\mathrm{M}}{m}t^2\,,$$

kde t je celkový čas letu míče, vyjádřený jako $t = s_x/v$. Z toho nyní vyjádříme Magnusovu sílu

$$F_\mathrm{M} = \frac{2s_z m v^2}{s_x^2}$$

a dosadíme do vzorce pro úhlovou rychlost.

$$\omega = \frac{16 s_z m v}{\varrho s_x^2 d^3}$$

Po dosazení tedy dostáváme úhlovou rychlost,[15] přibližně $\omega \doteq 27\,\mathrm{rad{\cdot}s^{-1}}$, což odpovídá realisticky více než 4 otáčkám za sekundu.

Miroslav Jarý
`Jason@vyfuk.mff.cuni.cz`

Úloha II.E ... Posvítíme

7 bodů; průměr 4,95; řešilo 20 studentů

Tom ukazoval Radce, jak si vyrobit citronovou baterku. Zastrčil do citronu dva kovy, zinek a měď, připojil na ně voltmetr a ten ukázal nenulové napětí. Radku by zajímalo, proč tomu tak je, jenže když si od Toma půjčila voltmetr (vy si jej můžete půjčit např. v kabinetu fyziky vaší školy), tak zjistila, že doma nemá citron. Rozhodla se tedy improvizovat s jinými druhy ovoce. Vyzkoušejte to také a změřte, jak velké napětí generují alespoň tři různá ovoce, která si zvolíte. Doporučujeme například citron, jablko, švestku, ananas, broskev, můžete experimentovat i se zeleninou. Měření nezapomeňte několikrát zopakovat pro každý měřený druh ovoce, aby měla výpovědní hodnotu. Místo zinku můžete zvolit i jiné kovy, např. hliník nebo ocel. Můžou být ve formě drátků, plíšků apod. Před experimentem je dobré osmirkovat povrchy elektrod, abyste se zbavili případných oxidů vzniklých na povrchu kovu. Na čem závisí velikost napětí, které

[15] Jednotka *radián* se používá k vyjádření velikosti úhlu pomocí délky oblouku, 1 rad odpovídá oblouku o délce r, plný úhel pak má 2π rad.

vaše zapojení generuje? Který z kovů je anoda a který katoda a proč? Jak lze zlepšit vlastnosti ovoce jako elektrolytu? Nakreslete do řešení schéma vaší aparatury a vyznačte směr toku elektronů.

Teorie

Nejprve si řekněme, z čeho se naše ovocná „baterka“ skládá. Jako každá baterka obsahuje elektrolyt neboli ovocnou šťávu či dužinu, ve které se pohybují ionty (částice s nenulovým nábojem) nesoucí náboj. Ionty putují k elektrodám – anodě a katodě. Anoda je vůči okolí záporná, tj. definujeme ji jako tu elektrodu, kterou elektrony odcházejí ven ze zařízení[16] (pomůcka: všimněme si lehké podobnosti s příponou *anti-* značící zápor či opak), a tudíž se v rámci baterky nabíjí kladně a jako důsledek do elektrolytu chemicky vylučuje kationty nebo nabaluje anionty, aby kladný náboj neutralizovala.

Elektrický proud nám jenom říká, kolik náboje proteče za daný čas. Materiály elektrod jsou povětšinou rozdílné, abychom zaručili, že se každá elektroda bude chovat jinak. Pokud připojíme voltmetr k elektrodám, tak nám naměří nějaké napětí způsobené chemickou reakcí elektrod ponořených v elektrolytu.

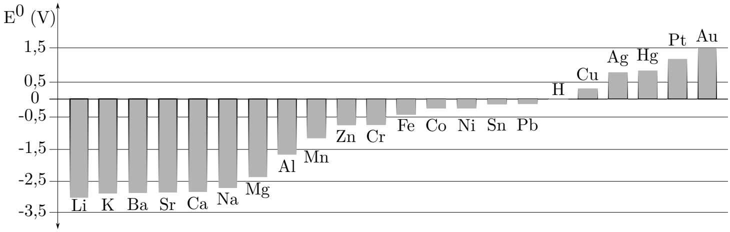
V tomto vzorovém řešení byla použita jako katoda měď a jako anoda zinek. Jak zjistíme, co je anoda a co je katoda? Nejjednodušší a celkem intuitivní je se po zapojení voltmetru na elektrody podívat, jaké číslo vyskočí na displeji. Pokud je kladné, znamená to, že máme voltmetr zapojený správně (voltmetr se zapojuje tak, že kabel vedený ke společné zdířce s nápisem „COM“ je svým koncem napojen na anodu a (obvykle červený) kabel ve zdířce pro měření stejnosměrného napětí[17] je sveden na katodu.) Při opačném zapojení by číslo na displeji voltmetru bylo záporné. Toto si můžete přezkoušet i proměřením např. tužkové baterie, kde je katoda jasně označena symbolem „+“.

Další, co nám pomůže určit povahu elektrod, je *elektrochemická řada napětí kovů*, někdy také známá pod názvem Beketovova řada napětí kovů, viz obrázek 3. Kovy jsou v ní seřazeny tak, že zleva doprava klesá ochota těchto kovů tvořit kladné ionty (tedy kationty) odštěpením elektronu ze svého elektronového obalu. Vodík je zde uveden jako kalibrační prvek, podle kterého se elektrochemické napětí určuje. Měď je napravo od zinku, tudíž její ochota stát se kationtem (odštěpit svůj elektron) je menší, než jakou má zinek, který tedy bude anodou (zinek bude uvolňovat elektrony). Podobně to funguje s jakoukoliv dvojicí kovů v této řadě – ten více vpravo bude katoda, tudíž k sobě bude přitahovat kationty vzniklé v elektrolytu, aby vyvážily přitékají elektrony z anody.

Jak vlastně celá ovocná baterka funguje? Pokud bychom ji zapojili do obvodu, protékal by jím proud. Elektrický proud není nic jiného než tok elektronů, tudíž se musí někde stát, že buď v dužině ovoce anebo na elektrodách se nějaký elektron utrhne z atomu a pohybuje se vodičem, či elektrolytem. Jak jsme již zmínili, elektrony se odtrhují z atomů anody (která se tím stává kladná vůči elektrolytu, protože odcházející elektrony se sebou odnesou záporný náboj). Kam tyto elektrony odcházejí? Odcházejí naším obvodem tvořeným voltmetrem na katodu. To, že zinek jako správná anoda odevzdá elektrony, je způsobeno interakcí elektrody a elektrolytu (tedy kovu a ovoce). Například v citronu se vyskytuje kyselina citronová, která reaguje se zinkem. Elektrolyt však reaguje i s katodou a může na ní chemickou reakcí kompenzovat příchozí záporný náboj, jak už bylo zmíněno výše.

[16] Vzhledem k tomu, že elektrický proud zase definujeme jako tok kladného náboje, tedy *proti* toku elektronů, je anoda tou elektrodou, kterou do baterky proud *vchází*.

[17] Neměřte proud, vedlo by to ke zkratu baterie, jelikož ampérmetr má minimální odpor.

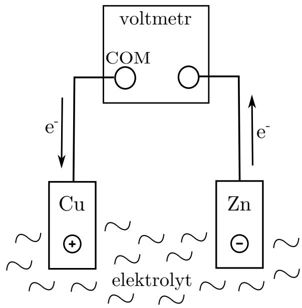


Obr. 3: Elektrochemická řada kovů, nebo též graf *standardních redoxních potenciálů*. Slovo „standardní" označuje hodnoty platné za dané pokojové teploty a tlaku. Potenciály jsou „redoxní", protože chemické reakce, o kterých hovoříme, se nazývají oxidačně-redukční. Výsledné napětí článku sestaveného ze dvou kovů (ve vhodném elektrolytu) je dáno rozdílem uvedených hodnot.

Je důležité neplést si tento jev s elektrolýzou: v elektrolýze se proud přivádí na elektrody a následně i do elektrolytu externím zdrojem. V našem případě je zdrojem samotné ovoce, což je přesně opačný princip než u elektrolýzy. Navíc u elektrolýzy mohou obě elektrody být ze stejného materiálu. Anoda a katoda se však nazývají stejně podle toho, kterou proud vtéká do a vytéká ze zařízení.

Měření

Budeme potřebovat multimetr, dva kovy, které jsme ideálně zbavili povrchových nečistot, abychom zvýšili účinnost chemické reakce s elektrolytem, a ovoce či jiné plodiny, pro které chceme naši teorii otestovat. Zapojíme naše ovoce podle obrázku 4.



Obr. 4: Schéma zapojení s vyznačeným tokem elektronů.

Pokud chceme ještě lepší výsledky, tak je dobré z ovoce vymačkat šťávu či z jeho dužiny udělat pyré. Tím dosáhneme větší pohyblivosti částic v elektrolytu.

Výsledky pro jednotlivá měření můžete vidět v tabulce 1. Kromě generovaného napětí tam můžeme vidět i hodnotu pH ovoce, ke kterému se v tomto řešení vrátíme podrobněji později. Zde je spočtená i směrodatná odchylka σ měřená podle vzorce

$$\sigma = \sqrt{\frac{(U_1-\overline{U})^2+(U_2-\overline{U})^2+(U_3-\overline{U})^2+\cdots+(U_n-\overline{U})^2}{N(N-1)}}\,,$$

kde N je počet měření pro jedno ovoce, $\overline{U}$ je aritmetický průměr napětí měřených pro stejné ovoce a $U_1, U_2, U_3, \ldots$ jsou jednotlivé hodnoty napětí naměřené pro konkrétní ovoce. Z těchto výpočtů určíme relativní chybu jako podíl hodnoty směrodatné odchylky σ a aritmetického průměru hodnot pro dané ovoce $\sigma/\overline{U} = \delta U_i$. Ta nám říká něco o přesnosti našeho pokusu vzhledem k aritmetickém průměru hodnot.

Ovoce	pH	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	$\overline{U}$	σ^2	δU_i [%]	u_v
citrón	1	944	940	934	945	938	940,20	4,04	0,43	7,522
ananas	2	845	840	841	846	848	844,00	2,30	0,27	6,752
grepfruit	3	810	815	800	806	821	810,40	13,06	1,61	6,483
švestka	3	930	940	925	938	934	933,40	7,36	0,79	7,467
kiwi	3	717	730	723	732	719	724,20	8,74	1,21	5,794
hruška	4	913	912	920	941	923	921,80	27,34	2,97	7,374
jablko	4	910	916	921	914	904	913,00	8,20	0,90	7,304
banán	5	915	930	921	917	912	919,00	9,70	1,06	7,352
rajče	5	847	855	823	821	834	836,00	44,00	5,26	6,688
broskev	5	900	901	910	887	895	898,60	14,26	1,59	7,189
hroznové víno	5	727	734	736	726	745	733,60	11,86	1,62	5,869
cibule	6	892	886	903	890	834	881,00	146,00	16,57	7,048
brambory	7	896	872	890	880	867	881,00	12,08	3,31	7,048
okurka	7	755	760	740	783	743	756,20	58,54	7,74	6,050

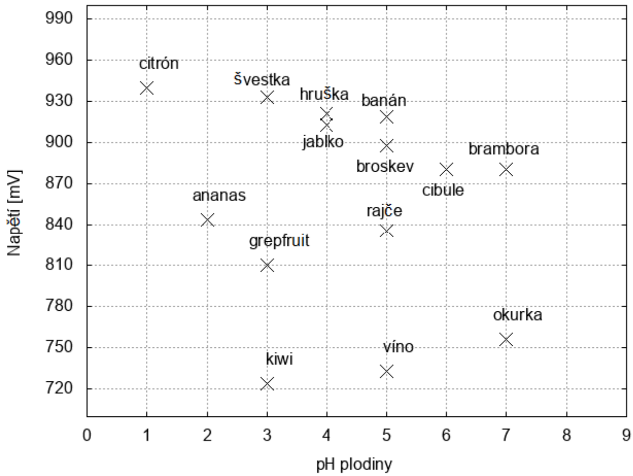
Tab. 1: Tabulka výsledků jednotlivých měření. Veškerá napětí jsou uvedena v mV. Poslední sloupec u_v obsahuje možné systematické odchylky voltmetru.

Závěr

Jak můžete vidět, generovaná napětí pro různé typy ovoce a zeleniny jsou různá. Může to záviset například i na pH neboli kyselosti ovoce či zeleniny. S klesajícím pH je daná látka kyselejší. Kyselost nám vlastně říká, s jakou pravděpodobností se kyselina rozdělí na ionty a kolik kladných iontů vodíku je kyselina schopna poskytnout do chemické reakce v baterii – čím větší kyselost (tedy menší hodnota pH), tím více je oněch kationtů. V našem experimentu byla hodnota pH změřena lakmusovými papírky (papírky napuštěné lakmusem, což je látka, která se při kontaktu zbarví podle pH látky, se kterou interaguje). Přesnost je v rámci jednotek pH.

Hodnoty napětí v milivoltech jsou naměřeny multimetrem. Chyba tohoto přístroje je nejvýše $\pm 0{,}8\%$ (z průměru napětí) s výrobcem udávanou přesností na 4 desetinná místa. Naměřená data byla vždy měřena pro jedno konkrétní ovoce, tudíž je rozdíl v naměřených napětích minimální. Pokud byste použili pro každé měření jiný kus ovoce, pravděpodobně byste také naměřili větší rozdíl generovaných napětí při každém měření.

Odchylka měření mohla být dále způsobena mimo jiné také tím, že elektrody se mohly pokrývat látkami vzniklými během chemické reakce v baterii (tomu šlo zabránit například osmirkováním elektrod smirkovým papírem po každém měření). V elektrolytu také probíhala chemická reakce, která snižovala koncentraci kyseliny v elektrolytu, tudíž napětí na voltmetru po ponoření elektrod klesalo velmi rychle.



Obr. 5: Graf výsledků měření. Na ose x je vyneseno pH a na ose y průměrná hodnota naměřeného napětí pro dané ovoce

Pokud si chcete o (nejen) ovocných bateriích něco přečíst, doporučujeme krátký článek zde `http://fyzmatik.pise.cz/64-elektrina-z-citronu.html`.

Pavla Trembulaková
`pavlat@vyfuk.mff.cuni.cz`

Úloha II.C ... Tady je Planckovo

7 bodů; průměr 5,13; řešilo 15 studentů

Mějme kovovou kouli o poloměru 10 cm *a o teplotě* 2000 K.

1. *Na jaké vlnové délce najdeme maximum jejího vyzařování, a ve kterém oboru elektromagnetického záření se tak nachází?*
2. *Jaký je celkový zářivý výkon kovové koule? Mějme zdroj záření, který vysílá světlo pouze o té vlnové délce, jako je maximum záření koule z předešlé části úlohy. Tento zdroj záření vyzařuje do všech směrů stejně a má stejný výkon jako zmiňovaná koule. Ve vzdálenosti* 10 m *od tohoto zdroje umístíme čtvercovou hliníkovou desku s odrazivostí* 90 % *a straně* 10 cm.
3. *Jaká je energie jednoho fotonu ze zářiče? Jaká je jeho hybnost?*
4. *Jakou silou působí záření na hliníkovou desku?*

1. Abychom našli maximum vyzařování, vyjdeme z Wienova posunovacího zákona, který nám říká, že maximum vyzařování je nepřímo úměrné teplotě absolutně černého tělesa. Konstantu této nepřímé úměrnosti nazýváme Wienovou konstantou b a její hodnota je přibližně $b \doteq 2{,}898 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{mK}$.
$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$$
Po dosazení dostáváme výsledek $\lambda_{\max} \doteq 1{,}449 \cdot 10^{-6}$ metrů, což je 1 449 nanometrů. Toto záření spadá za hranici viditelnosti lidského oka a podle Výfučtení jej nazýváme zářením infračerveným. To je totiž právě záření sousedící s viditelným ve smyslu větší vlnové délky.

2. Abychom spočítali celkový výkon vydávaný tělesem, vyjdeme ze Stefanova-Boltzmannova zákona. Ten nám říká, že hustota zářivého toku (neboli plošného výkonu) je úměrná čtvrté mocnině teploty (jedná se o jeden z mála příkladů, kdy ve fyzice narazíte na čtvrtou mocninu). Konstantu této úměrnosti nazýváme Stefanovou-Boltzmannovou konstantou. Abychom ale dostali celkový výkon, musíme tuto hustotu zářivého toku přenásobit plochou tělesa, které vyzařuje. Známe vztah pro povrch koule o poloměru r:
$$S = 4\pi r^2\,.$$
Dosadíme do Stefanova-Boltzmannova zákona:
$$P = 4\pi r^2 \sigma T^4\,,$$
což číselně vyjde kolem 114 kilowattů.

3. Nyní už se zabýváme monochromatickým zářičem[18] o stejném výkonu jako koule z předešlé úlohy. Vztah pro výpočet energie fotonu je
$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}\,,$$
protože $f = c/\lambda$ (jedná se o světlo, jež pochopitelně putuje rychlostí světla). Vlnovou délku λ jsme si určili v první části příkladu. Dosadíme:
$$E_f = \frac{hcT}{b}\,.$$
Po dosazení získáváme hodnotu $E \doteq 1{,}37 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$. Vyjádříme-li tuto hodnotu v elektronvoltech [eV], dostaneme hezkých 0,86 eV. Jeden elektronvolt je jednotka energie používaná často v kvantové fyzice, odpovídající energii jednoho elektronu po urychlení napětím 1 V. Jeho hodnota v joulech je $e \cdot U = (1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}) \cdot (1\,\mathrm{V}) = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$.

   Hybnost fotonu spočteme jako
$$p_f = E/c$$
a po dosazení předešlého výsledku:
$$p_f = \frac{hT}{b}\,,$$
kde po dalším dosazení dostáváme hodnotu $p_f \doteq 4{,}573 \cdot 10^{-28}\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}$.

[18] Tedy takovým, který září jen na jedné vlnové délce.

4. Vyvolanou sílu na hliníkovou desku si spočteme z druhého Newtonova zákona jako

$$F = \frac{\Delta p_\mathrm{d}}{\Delta t}\,,$$

kde Δp_d je celková změna hybnosti desky za časový úsek Δt. Dále víme, že celková hybnost soustavy se zachovává.

S fotony se mohou stát dvě věci. Jednak je může deska pohltit, jednak je může odrazit. Podívejme se na situaci z hlediska zákonu zachování hybnosti v obou případech, jestliže hybnost fotonu letícího na desku je p.

Pohlcení: na začátku máme foton s hybností p, po pohlcení má foton hybnost $0p$. Tedy změna hybnosti činí p.

Odražení: na začátku máme foton s hybností p, poté se odrazí a letí opačným směrem s hybností $-p$. Změna hybnosti tentokrát činí $2p$.

My se zabýváme kombinací obou výše zmíněných situací. Sto procent fotonů do desky narazí, ale pouze devadesát procent fotonů se od ní odrazí. Tedy $\Delta p_\mathrm{d} = 1{,}9 p_f$, kde p_f je celková hybnost fotonů, Δp_d je celková změna hybnosti. K jejímu výpočtu musíme určit p_f. Bude se jednat o součin celkového počtu fotonů a hybnosti jednoho fotonu. Hybnost jednoho fotonu jsme již určili, a to $p = hf$. Celkový počet fotonů n spočteme jako celkovou energii dopadlou na destičku podělenou energií jednoho fotonu, a tedy

$$F = 1{,}9 n \frac{\Delta p}{\Delta t} = 1{,}9 \Delta n \frac{hf/c}{\Delta t}\,.$$

Víme, že zářič má výkon $P = S\sigma T^4$. Ve vzdálenosti $d = 10\,\mathrm{m}$ si můžeme spočíst intenzitu zářivého toku:

$$I = \frac{P}{4\pi d^2}\,,$$

a celkovou energii dopadlou na destičku za čas Δt:

$$E_\mathrm{C} = a^2 \frac{P}{4\pi d^2} \Delta t\,,$$

kde a je délka strany desky. Počet fotonů n je tedy

$$n = \frac{E_\mathrm{C}}{E} = a^2 \frac{P}{4\pi d^2 hf} \Delta t\,.$$

Nakonec dosadíme-li n do vztahu pro sílu, dostáváme:

$$F = 1{,}9 \frac{a^2 P}{4\pi d^2 c} = 5{,}75 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{N} = 5{,}75\,\mathrm{nN}\,,$$

což je obtížně měřitelná hodnota, avšak při výrazně větších výkonech (např. ze Slunce) a plochách milionkrát větších (řádově hektary až kilometry čtvereční) je možno znásobit výkon natolik, aby byla větší verze naší desky (resp. lehké fólie se stejnou odrazivostí) reálně použitelná jako solární plachetnice, a to např. pro pohon ve vesmíru.

Marco Souza de Joode
`joode@vyfuk.mff.cuni.cz`

Pořadí řešitelů po II. sérii

Kategorie šestých ročníků

	jméno	**škola**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**E**	**C**	**II**	**Σ**
	Student Pilný	MFF UK	5	6	5	6	7	7	7	**43**	**86**
1.	*Bartoloměj Vaníček*	ZŠ Na Šutce, Praha 8 - Troja	5	–	5	–	–	6	–	**16**	**26**
2.	*Gabriela Volková*	Masarykovo G, Vsetín	–	–	–	–	–	–	–	**–**	**5**
3.	*Václav Prachař*	ZŠ V Rybníčkách, Praha 10	3	–	–	–	–	–	–	**3**	**3**
4.	*Evelyna Anežka Semrádová*	G Jírovcova, České Budějovice	–	–	–	–	–	–	–	**–**	**1**

Kategorie sedmých ročníků

	jméno	**škola**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**E**	**C**	**II**	**Σ**
	Student Pilný	MFF UK	5	6	5	6	7	7	7	**43**	**86**
1.	*Jan Souchop*	G, Mikulov	4	6	4	6	–	2	–	**22**	**52**
2.	*Daniel Rýpar*	ZŠ K. Pokorného, Ostrava-Poruba	4	4	5	–	–	6	–	**19**	**49**
3.	*Alexander Adámek*	ZŠ Hostýnská, Praha 10 - Malešic	3	4	3	–	–	5	–	**15**	**40**
4.	*David Něnička*	G, Rožnov pod Radhoštěm	5	4	3	5	6	3	7	**33**	**33**
5.	*Václav Verner*	PORG, Praha	5	3	4	–	–	–	–	**12**	**29**
6.	*Patrik Rosenberg*	G Brno, tř. Kpt. Jaroše	3	0	3	–	–	–	–	**6**	**17**
7.	*Kateřina Stefanová*	BG B. Balbína, Hradec Králové	–	–	4	–	–	–	–	**4**	**14**
8.	*Jindřich Urban*	ZŠ Divišov	–	0	3	4	–	–	–	**7**	**12**
9.	*Pavel Šimůnek*	G, SOŠ, SOU a VOŠ, Hořice	5	3	–	–	–	–	–	**8**	**8**
10.	*Šimon Lopour*	G Brno, tř. Kpt. Jaroše	–	–	–	–	–	–	–	**–**	**6**
11.	*Marie Hebertová*	ZŠ a MŠ Křídlovická, Brno	–	–	5	–	–	–	–	**5**	**5**
12.	*Jiří Cepník*	G J. Jungmanna, Litoměřice	2	–	1	–	–	–	–	**3**	**3**

Kategorie osmých ročníků

	jméno	**škola**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**E**	**C**	**II**	**Σ**
	Student Pilný	MFF UK		6	5	6	7	7	7	**38**	**76**
1.	*Anežka Čechová*	G, Mikulov	–	5	5	5	3	4	5	**27**	**60**
2.	*Lukáš Linhart*	G P. Bezruče, Frýdek-Místek	–	4	5	1	4	7	5	**26**	**56**
3.	*Johana Vaníčková*	G, Českolipská, Praha	–	6	5	–	–	6	–	**17**	**42**
4.	*Šimon Genčur*	Biskupské G, Brno	–	5	4	3	6	5	3	**26**	**26**
5.	*Richard Materna*	G Brno, tř. Kpt. Jaroše	–	6	3	–	–	–	–	**9**	**23**
6.	*Zuzana Weisová*	ZŠ Židlochovice	–	–	5	5	–	–	–	**10**	**19**
7.	*Jakub Mašek*	G Neumannova, Žďár n. S.	–	–	–	–	–	–	–	**–**	**7**
8.–9.	*Bernard Czaban*	ZŠ Hostýnská, Praha 10 - Malešic	–	–	–	–	–	–	–	**–**	**6**
8.–9.	*Tereza Krejčí*	G Brno, tř. Kpt. Jaroše	–	–	–	–	–	–	–	**–**	**6**

Kategorie devátých ročníků

	jméno	škola	1	2	3	4	5	E	C	II	Σ
	Student Pilný	MFF UK		6	5	6	7	7	7	**38**	**76**
1.	*Martin Kysela*	G, Český Krumlov	–	6	5	6	7	6	6	**36**	**74**
2.	*Šimon Bláha*	Slovanské G, Olomouc	–	6	5	6	7	5	7	**36**	**72**
3.–4.	*Tomáš Patsch*	Slovanské G, Olomouc	–	6	5	6	6	4	7	**34**	**70**
3.–4.	*Tomáš Veselý*	ZŠ a MŠ Myslibořice	–	6	5	6	6	7	5	**35**	**70**
5.	*Pavel Provazník*	ZŠ Štefánikova, Pardubice	–	6	5	5	6	5	7	**34**	**66**
6.	*Jiří Antoňů*	G, Špitálská, Praha	–	6	4	5	3	6	4	**28**	**61**
7.–8.	*Anna Hronová*	G Brno, tř. Kpt. Jaroše	–	5	3	6	–	4	5	**23**	**56**
7.–8.	*Martin Švanda*	Arcibiskupské G, Praha	–	5	5	4	7	4	5	**30**	**56**
9.	*Dominik Blaha*	G, Uherské Hradiště	–	4	3	6	–	–	5	**18**	**42**
10.	*Veronika Nečadová*	ZŠ Jemnice	–	3	5	2	1	–	2	**13**	**32**
11.	*Matěj Ságl*	G, Jihlava	–	–	–	–	–	–	–	**–**	**29**
12.	*Tadeáš Ďurčanský*	G, Nymburk	–	–	4	–	–	4	4	**12**	**27**
13.	*Nikola Kášková*	G, Vlašim	–	0	3	1	0	6	–	**10**	**23**
14.	*Amálie Jirotková*	G Jírovcova, České Budějovice	–	–	–	–	–	–	–	**–**	**21**
15.	*Adam Jerhot*	ZŠ Weberova, Praha 5 - Košíře	–	4	3	1	–	–	–	**8**	**20**
16.–18.	*Tereza Dvořáková*	ZŠ Sokolovská, Velké Meziříčí	–	–	3	–	–	–	–	**3**	**16**
16.–18.	*Anna Gryčová*	ZŠ Husova, Liberec 5	–	2	5	–	–	–	–	**7**	**16**
16.–18.	*Marek Hlava*	G Nad Štolou, Praha	–	–	–	–	–	–	–	**–**	**16**
19.	*Lukáš Ludvík*	G, Špitálská, Praha	–	–	–	–	–	–	–	**–**	**15**
20.–21.	*Aleš Chaloupka*	G J. Blahoslava, Ivančice	–	–	–	–	–	–	–	**–**	**12**
20.–21.	*Jan Krčmář*	Jiráskovo G, Náchod	–	–	–	–	–	–	–	**–**	**12**
22.–23.	*František Račický*	ZŠ Jemnice	–	–	5	1	0	4	–	**10**	**11**
22.–23.	*Jolana Štraitová*	G, Budějovická, Praha	–	–	–	–	–	–	–	**–**	**11**
24.	*Anna Jílková*	ZŠ a MŠ Hliníky, Olešnice	–	3	2	–	–	–	–	**5**	**5**
25.	*Kateřina Šemíková*	ZŠ Hostýnská, Praha 10 - Malešic	–	–	–	–	–	–	–	**–**	**4**

Korespondenční seminář Výfuk
UK, Matematicko-fyzikální fakulta
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8

www: `http://vyfuk.mff.cuni.cz`
e-mail: `vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz`

Výfuk je také na Facebooku
http://www.facebook.com/ksvyfuk

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.