Úloha VI.4 ... Šetři naftu

6 bodů; (chybí statistiky)

Marťa se dozvěděla, že výhřevnost paliva udává, kolik energie se uvolní spálením 1 kg *dané palivové směsi. Výhřevnost benzínu je* 50 MJ/kg *a jeho hustota* $700\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$. *Během cesty na dovolenou měl motor jejího auta průměrný výkon 30 koní a spotřebu* 7 l *na* 100 km. *Jaká byla její průměrná rychlost, jestliže motor spaluje palivo s* 25% *účinností?*

Nejdříve si vypišme veličiny ze zadání a převeďme je na základní jednotky. Výhřevnost paliva se obvykle značí H, v našem případě má hodnotu $H = 5 \cdot 10^7\ \mathrm{J/kg}$. Dále jako hustotu benzínu si zapíšeme $\varrho = 700\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$. Spotřeba nemá ustálenou značku, tak si ji označíme například $S = 7\,\mathrm{l}/100\,\mathrm{km} = 7 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{m^3/m}$. Účinnost budeme značit $\eta = 0{,}25$ (účinnost nám říká, kolik z uvolněné energie E se přemění na energii, která pohybuje s autem, zbytek jsou ztráty ve formě tepla, zvuku atd.).

Ještě nám zbývá odhalit, co znamená výkon 30 koní. Proto si na internetu vyhledáme, že 1 kůň je přibližně 735,5 W, takže průměrný výkon motoru je $P_1 = 30 \cdot 735{,}5 = 22\,065\,\mathrm{W}$.

Nyní můžeme začít se samotným řešením. Předpokládejme, že Marťa ujela dráhu s za čas t rovnoměrným přímočarým pohybem, a proto můžeme určit hledanou průměrnou rychlost v jako $v = s/t$.

Spočítáme si, kolik energie z paliva se uvolní při uražení vzdálenosti s. Nejdříve určíme objem V paliva, které se spálí, jako

$$V = s \cdot S\,.$$

Z tohoto objemu můžeme pomocí hustoty vypočítat jeho hmotnost m

$$m = V \cdot \varrho = Ss\varrho\,.$$

Dále z výhřevnosti a hmotnosti určíme uvolněnou energii E

$$E = m \cdot H = HSs\varrho$$

a z ní, účinnosti a času t spočteme výkon P_2

$$P_2 = \frac{E\eta}{t} = \frac{HSs\varrho\eta}{t}\,.$$

Výkon P_2 získaný pálením paliva se samozřejmě musí rovnat námi známému výkonu motoru P_1. V rovnici máme sice dvě neznámé, čas t a ujetou vzdálenost s, avšak my se ptáme na průměrnou rychlost v. Můžeme tedy psát

$$P_1 = P_2\,,$$
$$P_1 = HS\varrho\eta \cdot \frac{s}{t}\,,$$

odkud již jednoduše vyjádříme hledanou rychlost v jako

$$v = \frac{s}{t} = \frac{P_1}{HS\varrho\eta}\,.$$

Nyní dosazením číselných hodnot dostáváme

$$v = \frac{22\,065\,\mathrm{W}}{5 \cdot 10^7\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}} \cdot 7 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{m^3{\cdot}m^{-1}} \cdot 700\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}} \cdot 0{,}25} \doteq 36\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}} \doteq 130\,\mathrm{km/h}\,.$$

Martinina průměrná rychlost cestou na dovolenou byla asi 130 km/h.

Robert Gemrot