

Úloha III.C ... Pro rybáře pružné

6 bodů; (chybí statistiky)

Káťa si koupila dva vlasce z neznámých materiálů. První má délku $l_1 = 1$ m a průměr $d = 0,5$ mm, druhý má délku $l_2 = 2$ m a průměr $d_2 = 0,4$ mm. Aby Káťa zjistila, z jakých materiálů vlasce jsou, rozhodla se změřit jejich Youngův modul pružnosti v tahu. K tomu si obstarala dvě závaží o shodné hmotnosti $m = 1$ kg.

- a) První vlasce se po zavěšení závaží prodloužil o $\Delta l_1 = 6$ cm, druhý o $\Delta l_2 = 5$ cm. Vypočtete moduly pružnosti v tahu prvního i druhého vlasce.
- b) S pomocí tabulek či internetu¹ pomozte Kátě určit, o jaké materiály se jedná. Napovíme, že moderní vlasce se vyrábějí především z polymerů.

Začneme se vzorcem Hookova zákona, který byl zmíněn v seriálu, a vyjádříme si z něj modul pružnosti E

$$E = \frac{\sigma_n}{\varepsilon}.$$

Pro normálové napětí σ_n máme z Výfučení vzorec

$$\sigma_n = \frac{F_p}{S}$$

a pro relativní prodloužení ε máme

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}.$$

Dosazením těchto dvou vztahů do prvního a jejich úpravou dostáváme výsledný vztah

$$E = \frac{\sigma_n}{\varepsilon} = \frac{F_p/S}{\Delta l/l_0} = \frac{F_p l_0}{S \Delta l}.$$

Reakční síla F_p se rovná tíhové síle a průřez S se rovná průřezu vlasce, tedy $S = \pi d^2/4$. Dosazením tedy dostáváme

$$E = \frac{4mgl_0}{\pi d^2 \Delta l}.$$

Nyní nám jen stačí dosadit hodnoty a vypočítat moduly pružnosti. Pro první vlasce je roven:

$$E_1 = \frac{4mgl_1}{\pi d_1^2 \Delta l_1} = \frac{4 \cdot 1 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 1 \text{ m}}{\pi \cdot (5 \cdot 10^{-4} \text{ m})^2 \cdot 6 \cdot 10^{-2} \text{ m}} \doteq 0,83 \text{ GPa}.$$

Stejným způsobem budeme počítat i u druhého vlasce:

$$E_2 = \frac{4mgl_2}{\pi d_2^2 \Delta l_2} = \frac{4 \cdot 1 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 2 \text{ m}}{\pi \cdot (4 \cdot 10^{-4} \text{ m})^2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}} \doteq 3,12 \text{ GPa}.$$

¹Nezapomeňte uvést zdroj.

V tabulkách nebo na internetu² můžeme dohledat, že první vlasec bude vyrobený z polyethylenu s vysokou hustotou, který má modul pružnosti $E = 0,8 \text{ GPa}$, a druhý vlasec bude pravděpodobně z nylonu,³ který má $E = 2 - 4 \text{ GPa}$.

Miroslav Jarý

Jason@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastrešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

²https://en.wikipedia.org/wiki/Young%27s_modulus#Approximate_values

³Samozřejmě, podle údajů by to spíš mohl být např. polystyren, nicméně vlasec z polystyrenu nejsou běžné a nylon se pro tyto účely hodí více.