

## Úloha III.4 . . . Míč pod vodou

6 bodů; (chybí statistiky)

Kuba během hodiny dějepisu vzpomínal na léto, kdy trávil hodně času v bazénu. Vzpomněl si, jak si hrál s nafukovacím míčem o poloměru 10 cm, který nořil pod vodu, kde ho po chvilce pustil a sledoval, jak míč vyplouval a vyskakoval nad hladinu. Jelikož je Kuba zvědavý, začal počítat. Pomůžete mu spočítat odpovědi na následující otázky?

1. Jakou silou musel působit na míč, aby zůstal ponořený 1 metr pod vodní hladinou?
2. Jaká maximální odporová síla na míč působila, když se přibližoval k hladině? Víte, že odpor je přímo úměrný rychlosti.
3. Jakou maximální rychlostí se míč pohyboval, jestliže si Kuba našel, že pro velikost odporové síly platí vztah  $F_o = 0,5C\rho Sv^2$ , kde  $\rho$  je hustota prostředí,  $S$  je průřez tělesa,  $v$  je jeho rychlost a  $C$  je odporový koeficient, který je pro míč  $C = 0,5$ ?

Deformaci míče v důsledku působících sil a změnu jeho objemu z důvodu změn okolního tlaku zanedbejte.

1. Na míč působí 3 síly – ve směru dolů tíhová síla  $F_G$ , námi hledaná a Kubou vyvinutá síla  $F$  a proti nim působí vztlaková síla  $F_{vz}$ . Jelikož se míč nepohybuje, všechny tři síly musí být v rovnováze. V zadání není uvedena hmotnost míče, kterou nutně potřebujeme znát pro výpočet tíhové síly. Pokud se zamyslíme, dojdeme k závěru, že tíhovou sílu můžeme zanedbat, neboť hmotnost míče je méně než 100 g a tíhová síla v porovnání se vztlakovou silou je řádově menší. Jejím zanedbáním ovlivníme výsledek minimálně<sup>1</sup>. Hledaná síla  $F$  je tedy

$$F = F_{vz}.$$

O vztlakové síle z Archimédova zákona víme, že je rovna tíze vytlačené kapaliny, tedy

$$F_{vz} = V\rho g,$$

kde  $V$  je objem míče,  $\rho$  hustota vody a  $g$  tíhové zrychlení. Vzpomeneme-li si na to, jak se počítá objem koule a hmotnost z hustoty, můžeme přímo určit:

$$F = F_{vz} = V\rho g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g,$$

což po dosazení přibližně dá:

$$F = F_{vz} = \frac{4}{3}\pi(0,1\text{ m})^3 \cdot 1\,000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} \cdot 9,81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \doteq 41,1\text{ N}.$$

Aby míč zůstal ponořený pod vodní hladinou, musí Kuba působit silou  $F \doteq 41,1\text{ N}$ .

2. Druhý úkol je spíše o rozvaze fyzikálně významných jevů a jeho řešení je obecné. Na míč opět působí pouze tři síly – tíhová, odporová a již spočítaná vztlaková. Podotkněme, že odporová síla působí proti směru pohybu, takže v případě, kdy se míč vynořuje, působí ve stejném směru jako síla tíhová.

<sup>1</sup>Pokud si najdeme hmotnost míče a ve výpočtech budeme dále uvažovat i tíhovou sílu, nejedná se rozhodně o chybu.

Nyní se zamysleme nad tím, co se během vzestupu míče děje. Míč nejdříve zrychluje, až dosáhne nějaké rychlosti, kde se zastaví jeho zrychlování a již putuje konstantní rychlostí. V momentě zastavení zrychlování musely podle Newtonových zákonů být síly v rovnováze, a můžeme si tedy sestavit rovnici

$$F_G + F_o = F_{vz}.$$

Platnost této rovnice je odůvodněna 1. Newtonovým zákonem – stoupající míč vlivem vztlakové síly zrychluje, přičemž na něj působí stále větší odpor kapaliny<sup>2</sup> a navíc je celou dobu stahován dolů silou tíhovou. Odpor se zvětšuje, až dokud není dosažena v této rovnici zachycená rovnováha. Ta nemůže být překročena, protože by jinak míč znenadání začal zpomalovat.

Jak jsme zmiňovali v předchozím bodě, tíhovou sílu je možno zanedbat. Rovnice se nám tedy zjednoduší na vztah:

$$F_o = F_{vz}.$$

Jelikož se odporová síla po vyrovnání vztlakové už nevětšovala, můžeme říci, že maximální odporová síla je rovna vztlakové síle.

3. Nakonec ve třetím úkolu dosadíme za odporovou sílu nám dodaný vztah

$$F_o = 0,5C_\rho S v^2,$$

a pouze si v něm vyjádříme obsah kruhu  $S = \pi r^2$  jakožto průřez míče. Dostáváme vztah

$$F_o = 0,5C_\rho \pi r^2 v^2.$$

Nyní jej můžeme dosadit do zmíněné rovnosti mezi odporovou a vztlakovou silou z předchozího bodu:

$$0,5C_\rho \pi r^2 v^2 = F_{vz} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{F_{vz}}{0,5C_\rho \pi r^2}},$$

z něhož po číselném dosazení dostáváme výslednou maximální rychlost míče:

$$v = \sqrt{\frac{41,1 \text{ N}}{0,5 \cdot 0,5 \cdot 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \pi (0,1 \text{ m})^2}} \doteq 2,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Míč se vynořoval maximálně rychlostí  $v \doteq 2,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

*Daniel Šlezák*

dans@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

<sup>2</sup> Jak víme ze zadání, odporová síla je přímo úměrná rychlosti, tj. s rostoucí rychlostí roste i odporová síla.