Úloha I.C ... Rozpad

6 bodů; (chybí statistiky)

Výfučkovy zplodiny někdy obsahují speciální částice, které se rozpadají podobně jako radioaktivní atomy. Jedna takováto částice se také rozpadla, a to na dvě menší. I přesto, že původní částice byla v klidu, nové částice se po rozpadu rozběhly do opačných směrů. Rychlost první částice byla $u_1 = 20\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ a její hmotnost $m_1 = 2\,\mathrm{ng}$ (nanogramy). Naneštěstí se nám nezdařilo změřit rychlost druhé částice, známe pouze její hmotnost $m_2 = 8\,\mathrm{ng}$.

Peťu by zajímalo, jaká energie se při tomto rozpadu uvolnila, předpokládáme-li, že všechna tato energie se beze ztráty změnila na pohybovou energii menších částic.

V našem případě je celková kinetická energie rovna součtu kinetických energií každé částice. Vyjdeme ze známého vztahu:

$$E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}mu^2 \quad \Rightarrow \quad E_\mathrm{k} = E_\mathrm{k1} + E_\mathrm{k2} = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2\,. \tag{1}$$

Jediné, co neznáme, je rychlost druhé částice u_2. Tu vypočteme pomocí hybnosti.

Protože se jedná o izolovanou soustavu, platí zde zákon o zachování hybnosti (ZZH). Na počátku byla částice v klidovém stavu $\vec{u_0} = 0$, takže její hybnost byla $\vec{p_0} = m_0\vec{u_0} = 0$. Po rozpadu se dvě nově vzniklé částice začaly pohybovat, čímž každá získala nějakou hybnost $\vec{p_1}$ a $\vec{p_2}$. Díky ZZH víme, že jejich vektorový součet musí být roven nule, protože na počátku byla hybnost původní částice nulová:

$$0 = \vec{p_1} + \vec{p_2}\,. \tag{2}$$

Obr. 1: Pohyb částic po rozpadu

Částice se začaly pohybovat opačnými směry, proto můžeme uvažovat pouze jednorozměrný pohyb částic. Jinými slovy, můžeme namísto s vektory rychlostí začít počítat pouze s jejich velikostmi a jednu z rychlostí opatříme znaménkem mínus. Vyberme si například rychlost u_2, výsledek to neovlivní. Po dosazení do rovnice (2) a vyjádření u_2 můžeme vypočítat hledanou rychlost:

$$0 = m_1u_1 - m_2u_2\,,$$

$$u_2 = \frac{m_1}{m_2}u_1 = \frac{2\,\mathrm{ng}}{8\,\mathrm{ng}}20\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}} = 5\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}\,.$$

Abychom zjistili celkovou kinetickou energii obou částic, zbývá nám jen dosadit do rovnice (1). Pro usnadnění výpočtu dosadíme v základních jednotkách:

$$E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 10^{-12}\,\mathrm{kg}\cdot(20\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})^2 + \frac{1}{2}\cdot 8\cdot 10^{-12}\,\mathrm{kg}\cdot(5\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})^2 = 500\cdot 10^{-12}\,\mathrm{J}\,.$$

Jak je řečeno v zadání, předpokládáme, že veškerá uvolněná energie při rozpadu se beze ztrát přeměnila na kinetickou energii menších částic. Platí tedy

$$E_\mathrm{k} = E_\mathrm{rozpad}\,.$$

Celková energie uvolněná při rozpadu částice byla tudíž 0,5 nJ.

Josef Krška

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.