

Úloha I.3 ... Atlet

6 bodů; (chybí statistiky)

Jáchym si byl zaběhat na atletickém stadionu. Nejprve oběhl stadion jednou, přičemž celou dobu běžel rychlostí $v_1 = 3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Poté si ale řekl, že by to chtělo trochu zrychlit. Jakou rychlostí musí běžet druhé kolečko, aby jeho celková průměrná rychlost byla rovna $v_p = 4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$?



Nejprve je důležité si uvědomit, že průměrnou rychlost nelze počítat jako aritmetický průměr rychlostí v prvním a ve druhém kolečku, jelikož průměrná rychlost je podíl celkové dráhy za celkový čas. Vyjdeme tedy z definičního vztahu průměrné rychlosti

$$v_p = \frac{s_{\text{celk}}}{t_{\text{celk}}}.$$

Jáchym běží dvě kolečka, vzorec pro výpočet průměrné rychlosti tedy můžeme upravit do tvaru

$$v_p = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2}.$$

Označme délku okruhu jako s_0 . Jáchym běží dvakrát totéž kolečko, zřejmě tedy platí $s_0 = s_1 = s_2$. Dále musíme zjistit časy u jednotlivých okruhů. Ty vyjádříme pomocí upraveného vzorce na výpočet rychlosti, tedy jako $t = s/v$. Dosazením těchto dvou úprav dostáváme

$$v_p = \frac{2s_0}{s_0/v_1 + s_0/v_2} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}.$$

Všimněme si, že nám z rovnice úplně vypadla neznámá délka okruhu s_0 . To znamená, že běželi Jáchym dvakrát tentýž okruh, nemá jeho délka na celkovou průměrnou rychlost, a tedy ani na počítanou rychlost ve druhém kolečku, žádný vliv.

Nyní z rovnice pouze vyjádříme hledanou rychlost v_2 :

$$\frac{1}{v_p} = \frac{v_1 + v_2}{2v_1v_2} = \frac{v_1}{2v_1v_2} + \frac{v_2}{2v_1v_2} = \frac{1}{2v_1} + \frac{1}{2v_2}.$$

V posledním kroku vynásobením dvěma a převrácením celé rovnice dostáváme vztah pro výpočet požadované rychlosti v_2 jako

$$v_2 = \frac{v_p v_1}{2v_1 - v_p}.$$

Nyní už jen dosadíme hodnoty ze zadání

$$v_2 = \frac{4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \cdot 3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{2 \cdot 3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} - 4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}} = 6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Aby byla Jáchymova průměrná rychlost $4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, musí běžet druhé kolečko rychlostí $6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Miroslav Jarý

Jason@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.