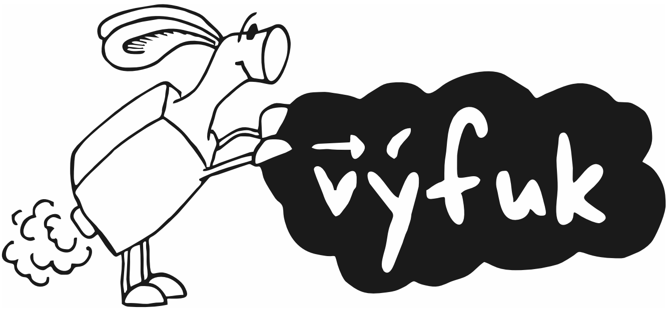


výpočty fyzikálních úkolů

Milí kamarádi,

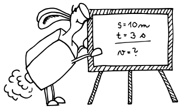
s novým školním rokem je tady i nový, v pořadí sedmý ročník korespondenčního semináře Výfuk. Soutěž je určena pro všechny žáky navštěvující šestý až devátý ročník základních škol a studenty odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.

Uvnitř brožurky naleznete jednu jednoduchou úlohu pro mladší řešitele, jednu matematickou úlohu a tři fyzikální úlohy. Dále pak následuje experimentální úloha a zadání úlohy k Výfučtení. Pod tímto termínem rozumíme krátký naučný text, který pojednává o zajímavých fyzikálních a matematických tématech. Výfučtení, které naleznete na konci této brožurky, se věnuje hybnosti – trochu neobvyklé, ale za to důležité fyzikální veličině.

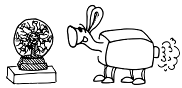
V průběhu školního roku vydáme dohromady šest takovýchto sérií. Řešení, která nám pošlete, budeme průběžně opravovat, přičemž celkově nejlepším řešitelům dáme po šesté sérii na výběr z hodnotných a věcných cen. Věříme ale, že si všichni z řešení Výfuku odnesete mnoho nových poznatků a dobrý pocit ze zdárně vyřešených problémů, se kterými jen tak leckdo nepohne!

Hodně bodů do nového ročníku vám přejí

Organizátoři
`vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz`



Zadání I. série



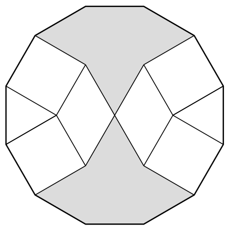
Termín uploadu: 23. 10. 2017 20.00
Termín odeslání: 23. 10. 2017

Úloha I.1 ... Svítící cukr ❻ ❼ — 5 bodů

Vezmete-li si kostku bílého cukru a ve tmě ji rozdrtíte, můžete uvidět slabé světelné záblesky. Jak se tento jev nazývá a jakou mají záblesky barvu? Popište, jakých nástrojů jste využili a jaké byly podmínky pozorování, i pokud nic neuvidíte.

Úloha I.2 ... Podlaha ❻ ❼ ❽ ❾ — 5 bodů

Na obrázku je základní obrazec zámecké podlahy. Všechny úsečky v něm jsou stejně dlouhé a měří 12 cm. Vypočtěte obsah šedé části.



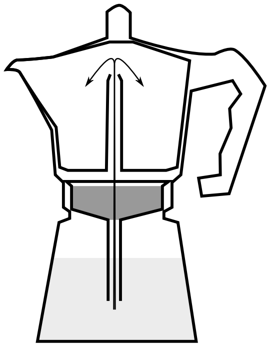
Úloha I.3 ... Atlet ❻ ❼ ❽ ❾ — 6 bodů

Jáchym si byl zaběhat na atletickém stadionu. Nejprve oběhl stadion jednou, přičemž celou dobu běžel rychlostí $v_1 = 3\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Poté si ale řekl, že by to chtělo trochu zrychlit. Jakou rychlostí musí běžet druhé kolečko, aby jeho celková průměrná rychlost byla rovna $v_\mathrm{p} = 4\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$?

Úloha I.4 ... Moka ❻ ❼ ❽ ❾ — 7 bodů

Vysvětlete, jak funguje konvička, ve které se připravuje káva Moka (řez konvičkou je na obrázku). Příprava této kávy je následující. Nejdříve do spodní nádoby konvičky nalijeme vodu. Pak do držáku uprostřed nasypeme mletou kávu a nakonec konvičku postavíme na zdroj tepla. Dále stačí jen počkat, dokud se v horní nádobce neobjeví hotová káva, která se z konvičky přelije do hrníčků.

Jak je ale možné, že voda sama vystoupá do horní nádoby? Popište, co se s vodu ve spodní nádobě děje během zahřívání, a zjistěte, jaká síla způsobí vystoupání horké vody do horní nádoby.



Obr. 1: Řez Moka konvičkou

Úloha I.5 ... Ošemetné tření ❻ ❼ ❽ ❾ ★ 7 bodů

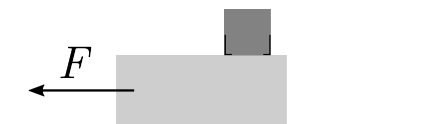
Tření nemusí být vždy takové, jak jsme na něj byli zvyklí. Při $g = 10\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$ si projděme následující případy a uvidíme, na co je třeba si dát pozor...

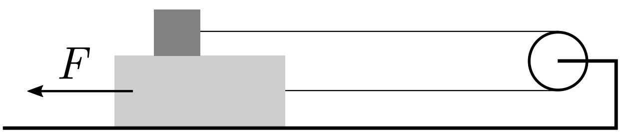
(1) Umístěme na podložkou kvádr 1 o hmotnosti $m_1 = 8\,\mathrm{kg}$. S jakým zrychlením se bude pohybovat, budeme-li na něj působit ve vodorovném směru silou $F = 80\,\mathrm{N}$? Koeficient tření mezi kvádrem a podložkou je $f = 0{,}4$.

(2) Jak se změní zrychlení, když na první kvádr položíme ještě druhý kvádr menší podstavy o hmotnosti $m_2 = 3\,\mathrm{kg}$?

(3) Nyní si představme, že oba kvádry spojíme lanem přes pevnou kladku tak, jak je naznačeno na obrázku. Jaké bude zrychlení spodního kvádru, budeme-li uvažovat, že koeficient tření mezi oběma kvádry je $f_\mathrm{k} = 0$?

(4) A jak se změní výsledek, bude-li koeficient tření mezi kvádry $f_\mathrm{k} = f = 0{,}4$?

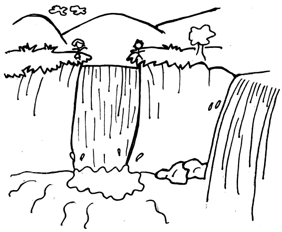




Úloha I.E ... Vysajeme Niagary? ❻ ❼ ❽ ❾ 8 bodů

Po jak dlouhou dobu by dokázal bilion papírových ubrousků absorbovat průtok Niagarských vodopádů? Sice se jedná o experimentální úlohu, ale ještě to neznamená, že kvůli jejímu vyřešení musíte jet do Spojených států. Úplně postačí, když opakovaně změříte, jaký objem vody dokáže absorbovat jeden kuchyňský ubrousek. Pak vypočítejte průměrnou savost jednoho ubrousku. Do vašeho řešení nezapomeňte uvést, jaký typ a velikost ubrousků jste při měření použili.

Nakonec vypočítejte odpověď na původní otázku, víte-li, že průměrný průtok Niagarských vodopádů činí asi $2\,400\,\mathrm{m^3{\cdot}s^{-1}}$.



Úloha I.C ... Rozpad ❻ ❼ ❽ ❾ 6 bodů

Výfučkovy zplodiny někdy obsahují speciální částice, které se rozpadají podobně jako radioaktivní atomy. Jedna takováto částice se také rozpadla, a to na dvě menší. I přesto, že původní částice byla v klidu, nové částice se po rozpadu rozběhly do opačných směrů. Rychlost první částice byla $u_1 = 20\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ a její hmotnost $m_1 = 2\,\mathrm{ng}$ (nanogramy). Naneštěstí se nám nezdařilo změřit rychlost druhé částice, známe pouze její hmotnost $m_2 = 8\,\mathrm{ng}$.

Peťu by zajímalo, jaká energie se při tomto rozpadu uvolnila, předpokládáme-li, že všechna tato energie se beze ztráty změnila na pohybovou energii menších částic.

Výfučtení: Hybnost a srážky

V prvním Výfučtení sedmého ročníku se budeme věnovat neobvyklé fyzikální veličině zvané *hybnost*. Tato veličina se často používá k popisu dynamiky pohybujících se těles, například i tehdy, když mezi tělesy dochází ke vzájemným srážkám.[1] Ve většině školních osnov bývá této veličině neprávem věnován nedostatek pozornosti a my se v tomto textu pokusíme objasnit, k čemu se hybnost může hodit a jak se liší od jiných, častěji používaných veličin (např. energie).

Zavedení hybnosti

Z vlastní zkušenosti víme, že výsledek srážky dvou těles, například tenisového míčku a rakety, závisí nejen na rychlostech jednotlivých těles, ale také na jejich hmotnosti. Lze tušit, že čím větší rychlostí raketa do míčku narazí, tím rychleji míček odpálí. Zároveň ale tušíme, že při odpalu těžšího míčku, například pétanqueové koule, bychom míček odpálili méně rychle.

Hybnost zahrnuje obě veličiny, jak rychlost tělesa v, tak i jeho hmotnost m a to jako jejich součin mv. Hybnost značíme typicky $p = mv$. Toto značení pochází z latinského slova *impetus*. Hybnost neznačíme i, jelikož toto písmeno se používá ke značení indexů, ani m, jelikož tak se označuje hmotnost.

Můžeme si povšimnout, že hybnost závisí na obou veličinách lineárně. Jinými slovy, pokud má nějaké těleso (například míček) hmotnost m a rychlost v, vypočítáme jeho hybnost jako $p = mv$. Máme-li jiný míček se stejnou hmotností a pohybující se dvojnásobnou rychlostí, má také dvojnásobnou hybnost. Stejně tak míček o dvojnásobné hmotnosti, pohybující se stejnou rychlostí, má dvojnásobnou hybnost.

Dále stojí za povšimnutí, že hybnost, stejně jako rychlost, je vektorová veličina. To znamená, že kromě velikosti rychlosti je zajímavý také její směr (hovoříme tedy o vektoru rychlosti $\boldsymbol{v}$). Hybnost ve vektorovém tvaru lze pak napsat jako $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$. Směr vektoru hybnosti má stejný směr jako vektor rychlosti tělesa.

Propojení hybnosti a síly

V principu při každé srážce dochází ke změně rychlosti těles, byť se mění pouze velikost rychlosti nebo její směr. Z Newtonových zákonů ale víme, že za každou takovou změnou musí být ukryta nějaká působící síla. Mezi raketou a míčkem je to jednoduše síla, kterou na sebe tlačí povrch míčku a úplet rakety.

Je tedy logické, že hybnost, respektive její časová změna, bude nějakým způsobem spojena s působícími silami. Skutečně platí, že pokud působíme na těleso silou $\boldsymbol{F}$ po dobu t, tak se jeho hybnost změní o $\Delta\boldsymbol{p} = \boldsymbol{F}t$.

Vztah výše vlastně vyjadřuje to, že působící síly mohou vyměňovat a dodávat tělesům hybnost. Jednoduše stačí na tělesa působit silami, a to buď dostatečně velkými anebo dostatečně dlouho, neboť změna hybnosti je časově závislá.

Představte si kupříkladu roztlačování odbrzděného auta. Pokud auto roztlačujeme sami, tzn. působíme relativně malou silou, auto se sice nakonec rozjede, ale malou silou musíme

[1] Když se dvě tělesa srazí, říkáme tomu srážka, ale někdy se setkáte také s pojmem „ráz“.

působit dostatečně dlouho. Naopak, vezmeme-li si na pomoc kamarády a auto roztlačujeme větší silou, zvládneme jej rozjet na stejnou rychlost za menší čas.

Dále můžeme výše uvedenou rovnici vydělit časem, čímž dostaneme rovnici pro sílu:

$$\Delta \boldsymbol{p} = \boldsymbol{F} t \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{F} = \frac{\Delta \boldsymbol{p}}{t} \, .$$

Rovnice v tomto tvaru vyjadřuje následující: pokud pozorujeme těleso, kterému se v čase mění hybnost, můžeme určit, jak velká síla je za tuto změnu zodpovědná.

Zákon akce a reakce a zákon zachování hybnosti

Největší využití hybnosti však spočívá v tzv. *zákonu zachování hybnosti*. Ten nám říká, že celková hybnost v uzavřeném systému (soustavě těles) se nemění. Tento zákon zní možná trochu složitě, ale můžeme ho odvodit z Newtonova třetího zákona (zákona akce a reakce).

Pokud máme uzavřený systém, tak na něj zvenku nepůsobí žádné síly (to je vlastně definice uzavřeného systému). Zároveň můžeme říct, že součet všech sil působících v systému je nula, protože pokud v systému působí nějaká libovolná síla, působí v systému i její reakce, tzn. síla o stejné velikosti, ale v opačném směru. Součet těchto sil se tedy vždy vynuluje. Jelikož je tedy celková síla nulová, je nulová i změna hybnosti a tedy celková hybnost systému se nemění.

Matematicky lze zákon zachování hybnosti formulovat jednoduchou rovnicí $\boldsymbol{p}_{\text{počátek}} = \boldsymbol{p}_{\text{konec}}$, kde $\boldsymbol{p}_{\text{počátek}}$ označuje celkovou hybnost na počátku nějakého děje (například to může být součet hybností koulí před srážkou) a $\boldsymbol{p}_{\text{konec}}$ je celková hybnost na konci onoho děje.

Vztah hybnosti a energie

Je možné, že s podobným zákonem – zákonem zachování mechanické energie (ZZMH) – jste se již někdy setkali. Tento zákon říká, že se v uzavřeném systému zachovává také mechanická energie, ale pouze tehdy, když v tomto systému neexistují třecí síly (respektive jsou třecí síly zanedbány). Pokud tyto síly působí, část mechanické energie se proměňuje na teplo, přičemž tento proces je nevratný, tzn. teplo se nemůže samo od sebe změnit zpět na mechanickou energii.

Nicméně zákon zachování hybnosti platí i v těchto systémech, neboť změna hybnosti nerozlišuje mezi působením mechanické, třecí anebo jiné síly.

Srážky

Zákon zachování hybnosti se nejčastěji využívá pro popis srážek. Představme si tedy následující situaci. Sledujeme soustavu, ve které se nacházejí dva vlakové vozy, které jedou proti sobě různými rychlostmi. Vozy se srazí, pravděpodobně se částečně zdeformují a nakonec poputují spojené v jednom kusu. Zjevně se tedy jedná o uzavřenou soustavu, neboť jediná dvojice sil, která v průběhu srážky působí, je právě síla, kterou první vůz zatlačil na druhý a naopak.[2]

[2] Pro správnost bychom do uzavřené soustavy měli započítat i Zemi, abychom mohli započítat i tíhovou silu, kterou na ni vozy působí, a příslušnou reakci.

Jelikož na tuto soustavu nepůsobí zvenčí další nenulové síly, zákon zachování hybnosti nám říká, že celková hybnost dvojice se srážkou nezmění. Označíme-li hybnosti jednotlivých vozů $\boldsymbol{p}_1$ a $\boldsymbol{p}_2$,[3] a hybnost spojených vozů po srážce jako $\boldsymbol{p}_3$, zákon zachování hybnosti lze zapsat jako

$$\boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 = \boldsymbol{p}_3$$

V této rovnici představují $\boldsymbol{p}_1$ a $\boldsymbol{p}_2$ hybnost obou vozů na začátku pozorování a $\boldsymbol{p}_3$ hybnost jednoho tělesa vzniklého spojením dvou vozů po jejich srážce.

Pokud známe počáteční rychlosti vozů $\boldsymbol{v}_1$ a $\boldsymbol{v}_2$ i jejich hmotnosti m_1 a m_2, lze vypočítat jejich výslednou rychlost. Směry rychlostí $\boldsymbol{v}_1$ a $\boldsymbol{v}_2$ jsou dle zadání vůči sobě opačné (vozy jedou proti sobě), což lze v rovnici pro zákon zachování hybnosti vyjádřit tak, že jednu z rychlostí, například v_2, napíšeme se záporným znaménkem. Zákon zachování hybnosti tak bude mít tvar

$$m_1v_1 - m_2v_2 = m_3v_3\,,$$

$$v_3 = \frac{m_1v_1 - m_2v_2}{m_1 + m_2}\,.$$

Mimo jiné jsme v této rovnici využili poznatku, že $m_3 = m_1 + m_2$, jelikož se hmotnost vozů v průběhu srážky zachovává. Směr výsledné rychlosti v_3 poznáme podle jejího výsledného znaménka. Vyjde-li nám rychlost v_3 kladná, bude její směr stejný jako směr rychlosti v_1 (neboť tento směr jsme v rovnici výše psali s kladným znaménkem); v opačném případě (tzn. je-li v_3 záporná) bude směr výsledné rychlosti shodný se směrem rychlosti v_2.

Takováto srážka, kde se evidentně nezachovává mechanická energie (vozy se deformovaly a mechanická energie se měnila na teplo), se nazývá *nepružná* srážka. Zákon zachování hybnosti je zde náš hlavní nástroj. Existuje i tzv. *pružná* srážka, kde se tělesa od sebe odrazí, přičemž se všechna mechanická energie zachová. I tehdy však při výpočtech můžeme použít zákon zachování hybnosti.

Závěr

V tomto Výfučtení jsme si představili pojem *hybnosti*. Vysvětlili jsme si, proč a jak se definuje a jaké vztahy pro ni platí. Také jsme ukázali nejvýznamnější zákon zachování hybnosti a nastínili si jeho použití. Věříme, že Výfučtení přispělo k lepšímu pochopení hybnosti, ale hlavně k pochopení toho, proč se vůbec tento pojem definuje, a že oproti mechanické energii má obecnější možnosti použití.

Jindřich Dušek
`jindra@vyfuk.mff.cuni.cz`

Patrik Švančara
`pato@vyfuk.mff.cuni.cz`

[3] Velikost hybnosti je součin hmotnosti a rychlosti, směr vektoru hybnosti je stejný jako směr rychlosti jednotlivých vozů.

Korespondenční seminář Výfuk
UK, Matematicko-fyzikální fakulta
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8

www: `http://vyfuk.mff.cuni.cz`
e-mail: `vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz`

Výfuk je také na Facebooku
http://www.facebook.com/ksvyfuk

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.