

Úloha II.5 ... Akrobat

7 bodů; průměr 4,61; řešilo 36 studentů

Jindra vždy chtěl být akrobatem. Proto si pořídil řetězovou houpačku a začal se na ní učit 360stupňové otáčky. Ale předtím, než se pustil do tréninku, se jako správný fyzik začal zamýšlet nad silami, které na něj budou působit.

- (1) Kromě tíhové síly bude na Jindru během triku působit ještě odstředivá síla $F_o = mv^2/R$, kde $m = 65 \text{ kg}$ je Jindrova hmotnost (hmotnost houpačky zanedbáváme), v je jeho okamžitá rychlost na houpačce a $R = 2 \text{ m}$ je délka závěsu houpačky. Nakreslete obrázky Jindry na houpačce v nejnižší a nejvyšší poloze jeho 360stupňové otáčky a do obou obrázků zakreslete síly, které na Jindru působí.
- (2) Kritický bod Jindrových otáček je nejvyšší bod jeho trajektorie. V tomto bodě musí být velikost odstředivé síly větší než velikost síly tíhové. Z této podmínky spočtete, jak velká musí být Jindrova rychlost v nejvyšším bodě jeho trajektorie, aby se mu trik podařilo.
- (3) Jindra však dokáže měřit svou rychlost pouze v nejnižším bodě trajektorie. Určete, jakou zde musí mít nejmenší rychlost, aby byla jeho otáčka úspěšná.



- (1) Působení sil na Jindru uvádíme na obrázku 1. V nejnižší poloze obě síly působí směrem dolů, v nejvyšší poloze působí tíhová síla F_g směrem dolů a odstředivá síla F_o směrem nahoru.
- (2) Aby Jindra v nejvyšší poloze nespadol, musí zde být odstředivá síla F_o větší, nebo minimálně stejná jako tíhová síla F_G . Pokud za obě síly dosadíme vztahy ze zadání, získáme rovnici

$$mg = \frac{mv_n^2}{R},$$

ze které vyjádříme rychlost v nejvyšším bodě Jindrových trajektorie v_n :

$$v_n = \sqrt{gR} = \sqrt{9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 2 \text{ m}} \doteq 4,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

V horním bodě otáčky musí mít Jindra rychlost alespoň $4,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

- (3) Ve chvíli, kdy se Jindra nachází v nejnižším bodě smyčky, je jeho potenciální energie nulová,¹ a tedy jeho celková mechanická energie je rovna pouze kinetické energii:

$$E_d = \frac{1}{2}mv_d^2,$$

kde v_d je jeho rychlost v nejnižším bodě.

V horním bodě otáčky je Jindrova energie rovna součtu jeho potenciální a kinetické energie. $E_n = E_p + E_k$. Má-li Jindra rychlost v_n a nachází se ve výšce $2R$, je tato energie

$$E_n = 2mgR + \frac{1}{2}mv_n^2.$$

Pokud při Jindrově akrobatickém kousku zanedbáme odpor vzduchu, musí platit zákon zachování energie, tzn. musí platit $E_n = E_d$:

$$2mgR + \frac{1}{2}mv_n^2 = \frac{1}{2}mv_d^2.$$

¹Nulovou hladinu potenciální energie si můžeme zvolit libovolně. Pro jednoduchost výpočtu je vhodné zvolit ji právě v nejnižším bodě otáčky.

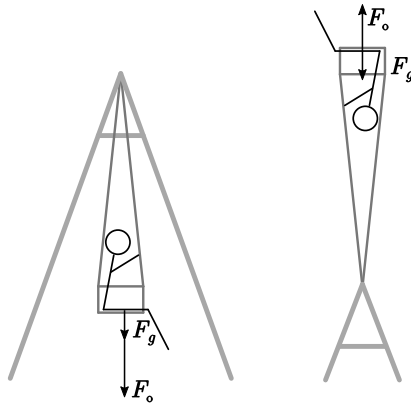
Nyní dosadíme za rychlost v horním bodě otáčky $v_n^2 = gR$ z předchozí části úlohy a vyjádříme Jindrovu rychlost v dolním bodě v_d :

$$2mgR + \frac{1}{2}mgR = \frac{1}{2}mv_d^2 \Rightarrow v_d = \sqrt{5gR}.$$

Nakonec dosadíme číselné hodnoty:

$$v_d = \sqrt{5 \cdot 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 2 \text{ m}} \doteq 9,9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Aby byla Jindrova otáčka úspěšná, musí Jindra v dolním bodě smyčky mít rychlost alespoň $9,9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.



Obr. 1: Síly působící na Jindru v nejnižším a nejvyšším bodu trajektorie.

Kateřina Rosická
kackar@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.