výpočty fyzikálních úkolů

Milí kamarádi,

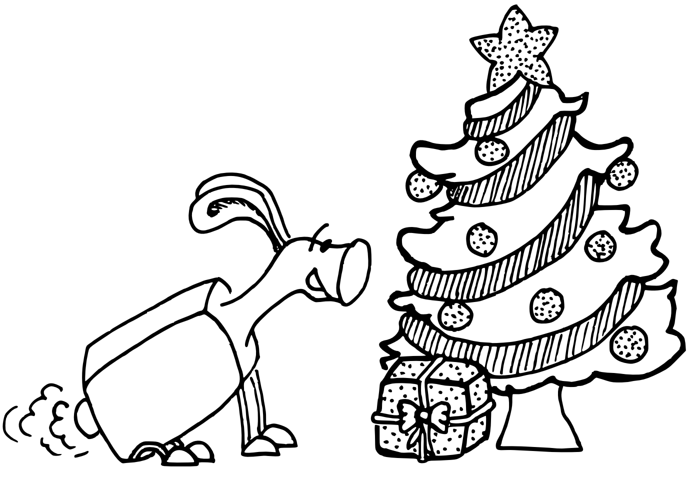
s blížícím se koncem roku 2016 vám přinášíme třetí brožurku letošního ročníku Výfuku. V ní najdete tradičních sedm úloh třetí série a text Výfučtení, který vám přináší představu o struktuře atomu a uspořádání elektronů v atomovém obalu.

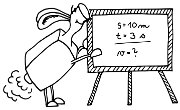
Navíc v brožurce najdete dlouho očekávaná vzorová řešení první série a příslušnou výsledkovou listinu. V obálce najdete pak vaše opravená řešení.

Navíc úspěšným řešitelům prázdninové série zasíláme bloky a trička a loňským řešitelům ročenku 5. ročníku Výfuku.

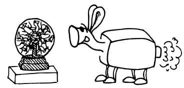
Mnoho zdaru při řešení a vánoční pohodu vám přejí

Organizátoři
vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz





Zadání III. série



Termín doručení: 16. 1. 2017 20.00

Úloha III.1 ... Chytím autobus? ❻ ❼ 4 body

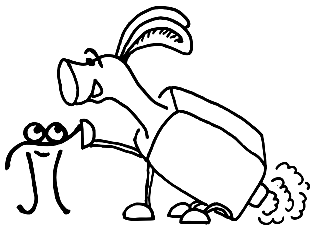
Autobus jezdí z konečné každých deset minut a cesta mezi zastávkami zabere autobusu jednu minutu. V chladných měsících Káťa nechce stát na zastávce déle než dvě minuty. Aby jí nebyla zima, raději se zahřeje pohybem a na další zastávku jde pěšky, přičemž cesta mezi dvěma zastávkami jí trvá pět minut.

Nyní je Káťa na konečné zastávce a další autobus jí jede za sedm minut. Na které zastávce nastoupí Káťa do autobusu?

Úloha III.2 ... Ludolfovo číslo ❻ ❼ ❽ ❾ 6 bodů

Číslo π je jedním z nejznámějších čísel matematiky. Udává poměr obvodu kruhu ku jeho průměru. Martin si našel, že v antice se na jeho přibližný výpočet používal poměr obvodu pravidelného n-úhelníku vepsaného do kružnice ku průměru kružnice.

Nejprve vypočítejte tento poměr pro čtyřúhelník a šestiúhelník, pak například pomocí Excelu nebo jiného kalkulátoru najděte takový n-úhelník s nejmenším n, že jeho poměr je alespoň 3,14, což je hodnota již velmi blízká π.



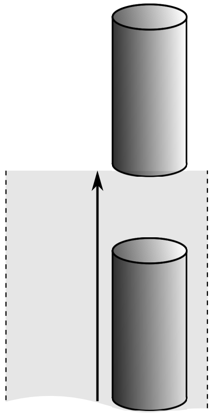
Úloha III.3 ... Sněhová přeháňka ❻ ❼ ❽ ❾ 6 bodů

Blížící se Vánoce doprovázejí i občasné sněhové přeháňky, po nichž sníh dlouho nevydrží, neboť okamžitě taje. Pavla si po jedné takovéto přeháňce všimla, že na autech zaparkovaných u chodníku se sníh chvíli udržel, i když naměřila teplotu vzduchu $+0{,}5\,°\mathrm{C}$. Vysvětlete, proč sníh na autech neroztál stejně rychle, jako tomu bylo na chodníku.

Úloha III.4 ... Sloup ❻ ❼ ❽ ❾ 7 bodů

Historici nedávno objevili na dně rybníka starodávný sloup ve tvaru válce s poloměrem podstavy $r = 0{,}5\,\mathrm{m}$ a výškou $h = 2\,\mathrm{m}$. K jejich překvapení sloup nebyl povalen, ale bezpečně stál svou podstavou na dně rybníka. Aby ho vytáhli na břeh, přivolaní potápěči připevnili na sloup lano a pomocí jeřábu ho zvedli nad hladinu (viz obrázek).

Viktor celou situaci sledoval ze břehu rybníka a vypočítal práci, kterou jeřáb při zvedání sloupu z rybníka vykonal. Spočítejte ji také. Víte, že sloup je homogenní a má hmotnost $m = 4\,000\,\mathrm{kg}$. Rybník má hloubku $H = 7\,\mathrm{m}$ a v porovnání s rozměry sloupu je řádově větší.



Úloha III.5 ... Napružená ❻ ❼ ❽ ❾ ★ 7 bodů

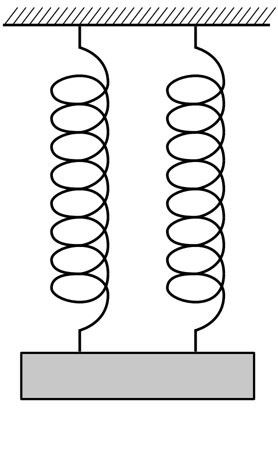
Tom našel během předvánočního úklidu ve sklepě pružinu a závaží o hmotnosti $m = 100\,\mathrm{g}$.

(1) Pružina se po zavěšení závaží prodloužila o $\Delta l = 10\,\mathrm{cm}$. Určete tuhost pružiny k_1.

(2) Dále vzal Tom nůžky a přestřihl pružinu na dvě poloviny. Jaká bude tuhost k_2 nově vzniklých pružin?

(3) Jak těžké závaží by Tom musel na novou pružinu zavěsit, aby se prodloužila také o $\Delta l = 10\,\mathrm{cm}$?

(4) O kolik centimetrů se prodlouží nové pružiny, zavěsí-li na ně Tom $100\,\mathrm{g}$ závaží tak, jak je znázorněno na obrázku?



Úloha III.E ... Hvězdná obloha ❻ ❼ ❽ ❾ 7 bodů

Častým problémem astronomů je tzv. světelné znečištění. Ve velkých městech vlivem umělého osvětlení ztrácíme možnost pozorovat méně jasné hvězdy, neboť je obloha svojí jasností „přesvítí". Zkuste tedy určit jasnost oblohy v okolí svého bydliště. Nezapomeňte do řešení uvést místo a datum pozorování.

(1) Během jasné noci si alespoň dvě hodiny po západu Slunce na obloze najděte souhvězdí Býka.
(2) Podle přiložené mapky si v Býkovi najděte určený trojúhelník.
(3) Spočítejte, kolik hvězd v tomto trojúhelníku vidíte pouhým okem[1] a podle tabulky níže zjistěte, jak moc znečištěná je obloha ve vaší lokalitě.

Astronomové pro měření jasnosti hvězd používají jednotku zvanou magnituda, jejíž zavedení není úplně jednoduché. Pro naše měření nám postačí vědět, že čím vyšší magnituda, tím méně jasná je hvězda.

Tipy pro pozorování Pozorování je potřeba provádět za jasné noci, kdy nejsou na obloze žádné mraky, jinak dojde ke znehodnocení měření. Zároveň je potřeba měřit v noci tak, aby byl Měsíc dostatečně daleko od pozorované oblasti. Dále je měření potřeba provádět dále od lamp, billboardů a jiných silných zdrojů světla. A nezapomeňme, že oku trvá zhruba půl hodiny, než si dokonale zvykne na tmu a dokáže rozpoznat ty nejslabší hvězdy a objekty.

Tab. 1: Počet pozorovaných hvězd a odpovídající jasnost oblohy

počet	jasnost [mag]	počet	jasnost [mag]	počet	jasnost [mag]
1	0,99	11	5,73	21	6,76
2	1,68	12	5,86	22	6,77
3	3,00	13	6,10	23	6,87
4	4,62	14	6,19	24	6,88
5	4,88	15	6,27	25	6,95
6	4,95	16	6,29	26	7,15
7	5,09	17	6,36	27	7,17
8	5,29	18	6,50	28	7,19
9	5,43	19	6,55	29	7,21
10	5,51	20	6,71	30	7,30

Úloha III.C ... Kyselina ❻ ❼ ❽ ❾ 6 bodů

Při ředění kyseliny chlorovodíkové (HCl) ve vodě (H_2O) dochází k zajímavému ději. Voda dokáže roztrhnout poměrně silnou vazbu mezi vodíkem a chlórem, ale za cenu toho, že vodík přijde o svůj elektron – vznikne tedy kationt H^+ a aniont Cl^-. Vodíkový kationt se pak ale rychle naváže k molekule vody za vzniku kationtu H_3O^+. Tento „přenos" vodíku je energeticky výhodný, neboť se při této reakci uvolní 75 kJ energie ve formě tepla na jeden mol HCl.

O kolik se změní teplota v kádince s 200 ml vody, když v ní rozředíme 1 mol koncentrované HCl?

[1] Oko není nejcitlivější přímo uprostřed, ale mírně vedle svého středu, vyplatí se tedy dívat se mírně periferně.

Výfučtení: Návštěva do mikrosvěta atomů a elektronů

Dnes již víme, že všechny látky se skládají z atomů, které jsou mezi sebou provázány atomovými vazbami. Víme také, že tyto vazby mají na svědomí elektrony z atomárních obalů. Tyto poznatky nebyly známy vždy, ale jsou výsledkem dlouholetého fyzikálního výzkumu, který stále neskončil.

V tomto díle Výfučtení se zaměříme podrobněji na to, jak vlastně vypadají atomy, jak se chovají elektrony v jejich obalech a jak mezi atomy vznikají chemické vazby.

Historie představy o atomu

Vůbec první, kdo vyslovil myšlenku, že se hmota skládá z nedělitelných celků, byl Řek Démokritos již v antickém Řecku. Tyto celky nazval *atomos*, což v překladu znamená *nedělitelný*. Démokritovy myšlenky zůstaly nepozměněny až do 19. století, kdy britský fyzik John Dalton přednesl teorii. Podle té se každý prvek skládá z jiných atomů. Poté se vědci začali o atom zajímat víc a sami byli překvapeni tím, co zjistili.

Samotnou „nedělitelnost“ atomů vyvrátil Joseph Thompson z Velké Británie roku 1897 objevem elektronu jakožto nositele záporného náboje. Jelikož elektrony našel mj. i v pevných látkách, došel k závěru, že atom se skládá z kladně nabité hmoty, ve které jsou nahodile rozptýleny záporné elektrony tak, aby celkový náboj atomů byl nulový (což se již tehdy o atomech vědělo). Podobnost Thompsonova modelu atomu s rozinkami v anglickém pudingu vedla k tomu, že jeho model atomu se začal nazývat *pudingový model*.

V roce 1911 však tuto teorii vyvrátil Ernest Rutherford. Ten zjistil, že kladně nabitá hmota atomů je koncentrovaná v atomovém jádře a záporně nabité elektrony kolem tohoto jádra obíhají podobně, jako obíhají planety kolem Slunce. Proto tento model nazval planetární.

Dánskému fyzikovi Nielsi Bohrovi se Rutherfordův model atomu nezamlouval. Jeho výpočty totiž ukazovaly, že by v takovém modelu byly elektrony rychle přitáhnuty k jádru a srazily by se s ním. Navrhl další, tzv. Bohrův model, podle kterého se elektrony kolem jádra drží v přesně daných „vrstvách“. Ty by měly odpovídat přesně definované energii. Aby mohly elektrony přeskočit do jiné vrstvy, musí přijmout nebo odevzdat nějakou energii, například pohlcením nebo vyzářením světelného záření.

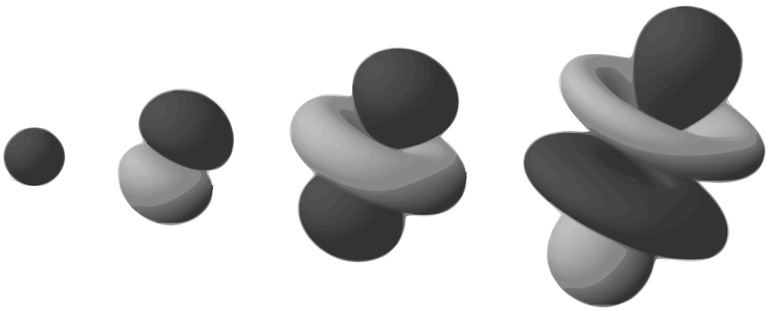
Přesnější představu o těchto vrstvách neboli energetických hladinách přinesli pánové Louis de Broglie a Erwin Schrödinger. Jejich kvantová teorie popisuje jednotlivé hladiny (o kterých pohovoříme níže) a také určuje, jakým způsobem elektrony tyto hladiny obsazují. Jejich teorie, s drobnými úpravami, odpovídá i dnešním fyzikálním experimentům.

Orbitaly, energetické hladiny a byty v paneláku

Schrödinger a de Broglie nám teď možná zamotali hlavu – jak si máme energetické hladiny představit? Taková představa totiž není vůbec jednoduchá a musíme se hned na začátek vzdát náhledu, že elektron vypadá jako malá nabitá kulička. Mikrosvět je totiž „rozmazaný“ a my nemůžeme určovat polohy částic s libovolnou přesností.[2] Místo toho polohu elektronu popisujeme statisticky, pomocí *pravděpodobnosti* jeho výskytu v prostoru (v tomto případě se bavíme o jeho výskytu v elektronovém obalu atomu).

Právě de Broglie a Schrödinger zjistili, že pravděpodobnosti výskytu elektronů s různými energiemi jsou různé. Jinými slovy, elektron na první energetické hladině se bude pravděpodobněji vyskytovat jinde, než elektron na druhé hladině apod. Oblasti výskytu elektronu pro jednotlivé energetické hladiny se nazývají *orbitaly*.

Obecně existují 4 typy orbitalů, které označujeme písmeny s, p, d a f (viz obrázek 1). Tvary orbitalů jsou celkem pravidelné: s-orbital má tvar koule, p-orbital vypadá jako prostorová osmička, dvě zkřížené prostorové osmičky nebo prostorová osmička s prstencem zase reprezentují d-orbital. Tvar f-orbitalu je ještě o něco komplikovanější. Navíc každý z orbitalů můžeme nějak natočit v prostoru podél tří os. Natočíme-li s-orbital, dostaneme tutéž kouli, tzn. existuje jen jeden takovýto orbital. Zatímco p-orbital lze natočit podél každé ze tří os, takže existují tři různé p-orbitaly. Dále d-orbital existuje v pěti orientacích a f-orbital lze natočit sedmi různými způsoby.



Obr. 1: Tvary jednotlivých orbitalů (s, p, d a f). Pro orbitaly p, d a f existují různé další prostorové orientace, které zde neuvádíme.

Výsledný obraz o elektronových hladinách v atomu dostaneme, když spojíme energetické hladiny a orbitaly dohromady. Nejlépe si situaci lze představit jako panelový dům pro elektrony. Jednotlivá patra budou představovat energetické hladiny a jednotlivé byty budou orbitaly.

V prvním patře (tedy v nejnižší energetické hladině) je jen jeden byt typu s. Ve druhém patře je také jeden byt s a tři byty p (protože lze rozlišit tři p-orbitaly). Ve třetím patře je opět jeden byt typu s, tři byty typu p a pět bytů typu d. Ve čtvrtém a každém vyšším patře jsou již všechny byty (1 s, 3 p, 5 d a 10 f). Z fyzikální stránky je důležité, že s rostoucím patrem (tzn. s vyšší a vyšší energetickou hladinou) jsme dále od jádra a elektrony nejsou k jádru tak silně přitahovány. Tento poznatek je klíčový pro určení chemických vlastností jednotlivých prvků, tzn. jak se elektrony jednotlivých prvků zapojují do vazeb v chemických sloučeninách. Jenom připomeňme, že každý atom má tolik elektronů, kolik je jeho *protonové číslo*, které najdeme v periodické tabulce většinou jako číslo vlevo před značkou prvku.

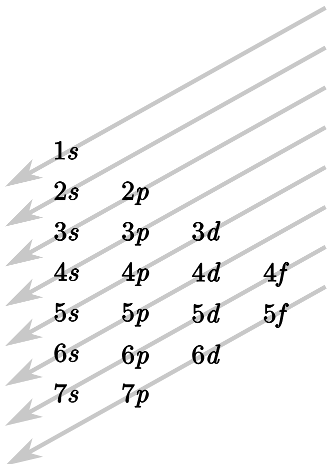
[2] Dokonce lze spočítat, s jakou nejlepší přesností lze tyto polohy měřit.

Výstavbový princip: obsazování bytů elektrony

Po pohledu do periodické tabulky zjistíme, že uhlík má protonové číslo 6, tzn. v jeho elektronovém obalu je 6 elektronů, které obsazují nějaké energetické hladiny a v nich nějaké orbitaly. Podívejme se blíže, jak se vlastně tyto hladiny obsazují.

Soubor pravidel pro obsazování jednotlivých orbitalů a hladin je stejný pro všechny atomy a nazývá se *výstavbový princip*. Elektrony neobsazují jednotlivé orbitaly (byty) náhodně, ale tak, aby energie celého elektronového systému byla co nejnižší.

Prvním pravidlem zaplňování atomového obalu elektrony je tzv. vylučovací princip. Podle toho může být libovolný orbital zaplněn nejvíce dvěma elektrony. Můžeme si tedy představit, že všechny byty z příkladu výše mají právě dva pokoje. Obsazení jednoho orbitalu více elektrony je jednoduše v přírodě zakázáno. Podle dalšího pravidla se orbitaly (až na několik výjimek) zaplňují úplně – tedy na jedné energetické hladině se nejdříve zaplní s-orbitaly a až po tom se začnou zaplňovat p-orbitaly atd. Poslední pravidlo pak seřazuje orbitaly podle jejich energie od nejnižší po nejvyšší. Toto pořadí zobrazuje obr. 2.

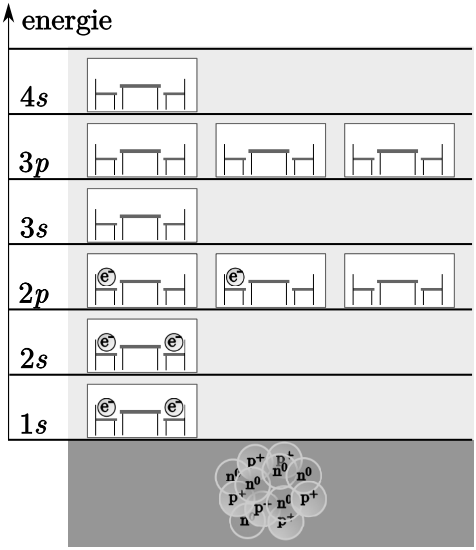


Obr. 2: Schéma výstavbového principu. Šipka označuje směr zaplňování orbitalů.

Nejdříve se tedy obsadí dvěma elektrony s-orbital na první hladině, označen $1s$. Další dva elektrony obsadí orbital $2s$, pak další elektrony obsazují postupně orbitaly $2p$ (6 elektronů), $3s$ (2 elektrony), $3p$ (6 elektronů), $4s$ (2 elektrony), $3d$ (10 elektronů) atd., dokud neumístíme všechny elektrony pro daný prvek. Jak jsme již zmínili, uhlík má 6 elektronů, které podle výše uvedených pravidel zcela obsadí orbitaly $1s$ a $2s$ a zčásti orbital $2p$. Tento poznatek zapisujeme ve tvaru tzv. *elektronové konfigurace*: $1s^2\,2s^2\,2p^2$, kde čísla v horních indexech označují počet elektronů v daném typu orbitalu. Pokud bychom tento princip analogicky vyznačili v našem paneláku, rozložení bytů by vypadalo přibližně jako na obrázku 3.

Chemické vazby a reakce

Elektrony nacházející se na hladinách s nejnižší energií jsou v atomu silně vázány. Naopak elektrony na hladinách s energií nejvyšší jsou v atomu drženy relativně slabě, a tak se mohou



Obr. 3: Výstavbový princip jako obsazování bytů v paneláku na atomu uhlíku.

podílet na tvorbě chemických vazeb. Díky tomu mohou z jednoduchých atomů vznikat i ty nejkomplikovanější molekuly, jako třeba molekula DNA, která se skládá z milionů atomů.

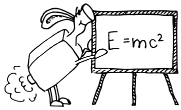
Těmto vyšším energetickým hladinám atomu se říká *valenční* sféra atomu. Elektrony v ní se pak označují jako valenční elektrony a jsou to elektrony, které se v atomu mohou účastnit chemické vazby. Podle jejich počtu jsou prvky seřazeny i v periodické tabulce (prvky ve stejném sloupci mají stejný počet valenčních elektronů).

Vznik chemické vazby je započat vzájemným silovým působením valenčních elektronů dvou blízkých atomů (též říkáme, že spolu interagují). Například spolu takto interagují dva elektrony, které jsou uloženy v neúplně zaplněných orbitalech. Jak jsme se již zmínili výše, energie zaplněného orbitalu je nižší, a proto dojde k tzv. *překryvu orbitalů.* To se projeví tak, že oba elektrony najednou obsazují oba orbitaly současně[3] a patří oběma atomům. Jinými slovy, prostřednictvím překryvu orbitalů dochází k chemické vazbě mezi atomy.

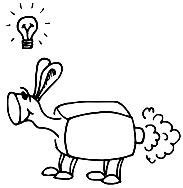
Popsaný proces vzniku vazby je jen jedním z mnoha. Podle těchto procesů pak rozlišujeme jednotlivé typy chemických vazeb. Překryvem orbitalů vzniká vazba *jednoduchá nepolární.* Překryvem více orbitalů najednou (vznikem vícero elektronových párů se sdílenou dvojicí orbitalů) vzniká *násobná* vazba, která je oproti jednoduché silnější. *Koordinačně kovalentní* vazba vzniká tak, že atom s volným orbitalem si „půjčí“ celý elektronový pár z valenční sféry jiného atomu. Existuje ještě mnoho dalších vazeb, jejichž mechanismy vzniku jsou pro tento text příliš komplikované.

Rozbít chemické vazby, tzn. oddělit interagující elektrony, vyžaduje dodání energie, neboť svázané elektrony mají energii nižší než rozvázané. Tuto *disociační* energii lze dodat například zahřátím materiálu, ozářením ultrafialovým světlem apod.

[3]Nezapomínejme na „rozmazaný“ výskyt elektronu v elektronovém mikrosvětě. Skutečně tak mohou být oba orbitaly obsazeny současně.



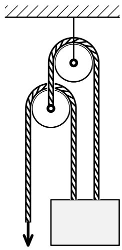
Řešení I. série



Úloha I.1 ... Zvedání závaží

4 body; průměr 1,90; řešilo 21 studentů

Viktor si sestrojil svůj vlastní kladkostroj (viz obrázek 4), s jehož pomocí je schopen zvednout vše, co kolem sebe vidí. Pořád ale není spokojen, jelikož se mu zdá, že předměty na jeho kladkostroji stoupají pomaleji, než by si přál. O kolik vystoupá závaží pověšené na Viktorově kladkostroji, popotáhne-li lano o 60 cm*?*



Obr. 4: Kladkostroj

Při řešení této úlohy budeme postupovat pozpátku. Pokud se závaží zvedne o výšku x, můžeme o x popotáhnout i volný konec lana. Navíc ale o x klesne také kladka zavěšená na laně. Tím se „uvolní“ další lano o délce $2x$ (po x z každé strany kladky), takže volný konec lana lze popotáhnout celkem o $3x$. Protože Viktor potáhl lano o $60\,\mathrm{cm} = 3x$, závaží vystoupá o $x = 60\,\mathrm{cm}/3 = 20\,\mathrm{cm}$.

Kateřina Rosická
kackar@vyfuk.mff.cuni.cz

Úloha I.2 ... Tajemná Pavla

7 bodů; průměr 4,98; řešilo 58 studentů

Pavla si myslí dvě čísla, x a y. Protože má ráda tajemství, kamarádce Evě prozradila jen to, že platí $x + y = xy = 6$. Eva se pak zamyslela a řekla Pavle, že její čísla zná, a jako důkaz jí sdělila číselnou hodnotu výrazu $x^2 + y^2$.

Jaká je hodnota tohoto výrazu? A jak se k ní lze dopracovat?

Nejprve musíme obecně vyjádřit hodnotu x^2+y^2. Vycházet budeme z rovnice, kterou lze vyvodit z Pavliných slov:

$$x + y = xy\,.$$

Jelikož potřebujeme vyjádřit součet druhých mocnin neznámých, umocníme obě strany rovnice na druhou:

$$(x + y)^2 = (xy)^2\,.$$

Levou stranu rovnice roznásobíme, případně použijeme známý algebraický vzorec:

$$x^2 + 2xy + y^2 = (xy)^2 \ .$$

K vyjádření $x^2 + y^2$ musíme z obou stran rovnice odečíst výraz $2xy$. Tím dostáváme:

$$x^2 + y^2 = (xy)^2 - 2xy\,.$$

Máme tedy obecné vyjádření výrazu $x^2 + y^2$. Nyní stačí za neznámou pravou stranu dosadit číselné hodnoty. Potřebnou číselnou hodnotu výrazu xy nám již sdělila Pavla ($xy = 6$). Tedy:

$$x^2 + y^2 = 6^2 - 2 \cdot 6 = 36 - 12 = 24\,.$$

Eva tedy Pavle sdělila, že hodnota výrazu $x^2 + y^2$ je 24. Výše uvedený postup samozřejmě není jediný – zdárně se k výsledku dalo dopracovat i mnoha jinými způsoby.

Petr Doubravský

Úloha I.3 ... Létání ve větru

6 bodů; průměr 4,27; řešilo 64 studentů

Vzdálenost měst Washington a San Francisco je přibližně 4 344 km. Letadlo letící z Washingtonu do San Francisca ji uletí za 6 hodin a 30 minut. Zpátky však trvá témuž letadlu cesta pouze 5 hodin a 20 minut. Rozdíl v době letu je způsoben atmosférickými proudy, které se nachází ve vyšších vrstvách atmosféry a proudí ze západu na východ rychlostí u.

Ze zadaných údajů zjistěte, jakou dobu by letadlu trvala cesta mezi městy v případě, že by toto proudění náhle ustalo.

Nejprve určíme rychlost letadel při každé cestě. Určíme ji jako podíl dráhy $s = 4\,344\,\mathrm{km}$ a časů $t_1 = 6\,\mathrm{h}\,30\,\mathrm{min} = 6{,}5\,\mathrm{h}$ a $t_2 = 5\,\mathrm{h}\,20\,\mathrm{min}$:

$$v_1 = \frac{s}{t_1} = \frac{4\,344\,\mathrm{km}}{6{,}5\,\mathrm{h}} \doteq 668{,}3\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}\,,$$
$$v_2 = \frac{s}{t_2} = \frac{4344}{5\frac{1}{3}\,\mathrm{h}} = 814{,}5\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}\,.$$

Rozdílné rychlosti letadel jsou zapříčiněny atmosférickými proudy. Ty se ve směru na východ s rychlostí letadla v (vzhledem ke klidnému vzduchu) sčítají a v opačném směru odčítají. Platí tedy $v_1 = v - u$ a $v_2 = v + u$. Pokud hodnoty v_1 a v_2 zprůměrujeme, odstraníme tak jednou přičtenou a jednou odečtenou rychlost u, čímž získáme hledanou rychlost letadla v:

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{v - u + v + u}{2} = v = \frac{668{,}3\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}} + 814{,}5\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}}{2} = 741{,}4\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}\,.$$

Nyní můžeme vypočítat dobu letu bez atmosférických proudů:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{4\,344\,\mathrm{km}}{741{,}4\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}} \doteq 5h\,52\,\mathrm{min}\,.$$

Letadlu by tedy na let stačilo necelých 6 hodin.

Miroslav Jarý
jason@vyfuk.mff.cuni.cz

Úloha I.4 ... Houpačka

7 bodů; průměr 6,07; řešilo 69 studentů

Petr a David sedí v rovnováze na houpačce o délce 2,6 m. Jelikož Petr váží $m_\mathrm{P} = 70\,\mathrm{kg}$ a David $m_\mathrm{D} \neq m_\mathrm{P}$, houpačka je podepřena tak, že délky jejich ramen jsou v poměru 6 : 7.

Sedět v rovnováze kluky velmi rychle omrzelo, proto se dohodli, že si místa na houpačce vymění. David ale tuší, že po výměně bude ve značné nevýhodě. Naštěstí má po ruce celou sadu závaží. Jak těžké závaží si má s sebou vzít na houpačku, aby byli kluci v rovnováze i po výměně míst?

Má-li houpačka délku $l = 2{,}6\,\mathrm{m}$, pak můžeme z uvedeného poměru určit, že rameno, na kterém sedí Petr, měří $x_1 = 6l/13 = 1{,}2\,\mathrm{m}$. Druhé rameno, na kterém sedí David, měří $x_2 = 7l/13 = 1{,}4\,\mathrm{m}$.

Poněvadž jsou kluci na houpačce v rovnováze, momenty jejich tíhových sil vzhledem k ose otáčení houpačky musí být v rovnováze. Platí tedy:

$$m_\mathrm{P} g x_1 = m_\mathrm{D} g x_2 \quad \Rightarrow \quad m_\mathrm{D} = m_\mathrm{P} \frac{x_1}{x_2} = 70\,\mathrm{kg} \cdot \frac{1{,}2\,\mathrm{m}}{1{,}4\,\mathrm{m}} = 60\,\mathrm{kg}\,.$$

Poté, co si kluci přesedli, houpačka již v rovnováze nebyla, a tak musel David na svoji stranu přidat závaží o hmotnosti m. Po přidání závaží bude houpačka opět v rovnováze, tedy se opět bude jednat o rovnost momentů sil:

$$(m_\mathrm{D} + m)\, x_1 = m_\mathrm{P} x_2\,.$$

Levou stranu rovnice roznásobíme, člen $m_\mathrm{D} x_1$ přesuneme na pravou stranu a z rovnice vyjádříme hmotnost m. Dostáváme tak

$$m = \frac{m_\mathrm{P} x_2 - m_\mathrm{D} x_1}{x_1} = \frac{70\,\mathrm{kg} \cdot 1{,}4\,\mathrm{m} - 60\,\mathrm{kg} \cdot 1{,}2\,\mathrm{m}}{1{,}2\,\mathrm{m}} \cdot 21{,}7\,\mathrm{kg}\,.$$

Aby byla houpačka v rovnováze, David musí na svoji stranu přidat závaží o hmotnosti 21,7 kg.

Eva Vochozková

Úloha I.5 ... Mince

7 bodů; průměr 4,58; řešilo 52 studentů

K vyřešení této úlohy si sežeňte malou minci (desetikorunu) a skleničku. Minci umístěte na světlou podložku (například list papíru), poté na ni položte prázdnou skleničku.

(1) Nejdříve se na minci dívejte zboku přes sklenici. Vidíte ji? Pak do sklenice nalijte vodu. Změnilo se něco? Svá pozorování popište.
(2) Zjistěte, proč pozorovaný jev nastává.
(3) Nakreslete obrázek světelných paprsků, které prochází skleničkou a odráží se od mince v případě, že je sklenička naplněna vodou.
(4) Jakou kapalinou můžeme nahradit vodu ve skleničce, aby tento jev nenastal?

Položíme-li na minci skleničku a podíváme se na ni z boku, nic zvláštního se nestane – podle očekávání uvidíme minci ležící pod skleničkou. Ve chvíli, kdy do skleničky nalijeme vodu, však mince zdánlivě zmizí. Čím je to však způsobeno?

Trocha teorie

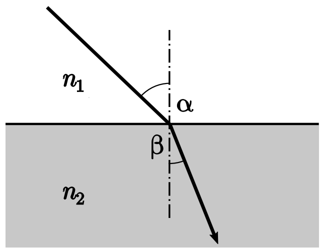
Tento jev je způsoben tím, že v různých materiálech světlo cestuje různou rychlostí – například ve vzduchu cestuje prakticky stejnou rychlostí jako ve vakuu (asi $3 \cdot 10^8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$), avšak ve vodě cestuje rychlostí pouze $2{,}3 \cdot 10^8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Pro jednodušší popis různých rychlostí šíření světla je odvozen index lomu n, fyzikální veličina, která je definována jako poměr rychlosti světla ve vakuu c a rychlosti světla v dané látce, $n = c/v$.

Jinak řečeno, indexy lomu všech materiálů budou větší nebo rovny jedné, přičemž vyšší hodnota indexu lomu znamená nižší rychlost šíření světla. Většina materiálů má index lomu blízký jedné (např. index lomu vzduchu je 1, vody 1,33, skla asi 1,5), ale například diamant má index lomu až 2,5.

Dopadne-li světlo na rovinné rozhraní dvou prostředí s různými indexy lomu n_1 a n_2, dojde k jeho lomu. Úhel, pod kterým se světlo zlomí, je dán Snellovým zákonem:

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta\,,$$

kde $\sin\alpha$ značí *sinus* úhlu α. Než matematický zápis je pro nás důležitější, že platí-li $n_1 < n_2$, tak $\alpha > \beta$ a naopak (tzv. lom *ke kolmici* a lom *od kolmice*) – viz obrázek 5.



Obr. 5: Znázornění lomu ke kolmici (tzn. pro indexy lomu $n_1 < n_2$).

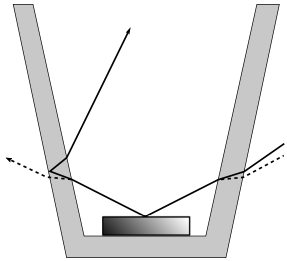
Při lomu od kolmice však může nastat také situace, kdy se světlo nezlomí, ale od rozhraní se odrazí. Tomuto jevu říkáme *totální odraz* a nastává pro úhly α větší než tzv. mezní úhel.

Popis průchodu světla skleničkou

Světlo se při průchodu sklenicí a odrazu od mince (jinak bychom minci neviděli) láme nekolikrát. Poprvé k lomu dojde na rozhraní vzduch-sklo a podruhé na rozhraní sklo-vzduch (je-li sklenice prázdná) resp. sklo-voda (je-li sklenice naplněna vodou). První lom je lomem ke kolmici a druhý lomem od kolmice, neboť sklo má větší index lomu než vzduch i voda.

Pak se světlo odráží od mince a směruje k okraji sklenice, kde dochází k dalším lomům. V případě prázdné sklenice dojde k lomu na rozhraní vzduch-sklo a hned poté na rozhraní sklo-vzduch. První z lomů je tedy ke kolmici a druhý od kolmice. Pak světlo vstupuje do oka pozorovatele, který tak může pozorovat minci na dně sklenice.

V případě sklenice naplňené vodou je situace trochu odlišná. I zde dojde na rozhraní voda-sklo k lomu ke kolmici, no paprsek se zlomí méně než v případě prázdné sklenice (hodnota indexu lomu vody se od hodnoty pro sklo příliš neliší). Tím pádem bude úhel dopadu na další rozhraní sklo-vzduch větší než v předešlém případě. Dokoce se stane to, že tento úhel bude větší než mezní úhel a dojde k totálnímu odrazu paprsku (viz obrázek). Paprsek odražený zpět do sklenice pak pozorovatel vidět nemůže, tzn. zdá se mu, že mince v sklenici zmizela.



Obr. 6: Průchod světelných paprsků sklenicí. Plná čára znázorňuje paprsek procházející plnou sklenicí, čárkovaná čára popisuje průchod paprsku prázdnou sklenicí (respektive „naplněnou“ vzduchem).

Chceme-li tomuto jevu zabránit, musíme do sklenice nalít kapalinu s indexem lomu pokud možno nejbližší indexu lomu vzduchu (tedy blízké jedničce). Podobné indexy mají ale pouze plyny (sklenička se dá „napustit“ plynem těžším než vzduch) a tekuté helium, jehož index lomu je asi 1,03.

Jiří Blaha
jirka@vyfuk.mff.cuni.cz

Úloha I.E ... Vzduchoplavecká

7 bodů; průměr 6,16; řešilo 32 studentů

Horkovzdušné balóny létají díky existenci nenulové vztlakové síly vzduchu. Tato síla je ale fyziky často zanedbávána, protože je údajně v „lidském měřítku“ příliš malá. Ověřte nebo vyvraťte toto tvrzení experimentálně a změřte, jak velkou vztlakovou silou působí vzduch na vaše tělo.

Provedení experimentu necháváme čistě na vás. Můžete ale bez dalšího měření využít fakt, že hustota vzduchu je přibližně rovna $1{,}2\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$.

Před tím, než bezhlavě popadneme siloměr, si nejdříve vysvětlíme, proč vůbec vztlaková síla v tekutinách (tzn. v kapalinách a plynech) existuje. Původ vztlakové síly je skryt za tím, že s rostoucí hloubkou v tekutinách roste tlak.

Začneme se vztlakovou silou v kapalinách. Představme si zjednodušený model člověka jako válec s výškou h a obsahem podstavy S, který svisle ponoříme do vody. Určitě se shodneme na tom, že na horní podstavu působí tlak p_h (respektive tlaková síla, tzn. součin tlaku a plochy podstavy) směrem kolmo dolů a na dolní podstavu působí tlak p_d směrem kolmo nahoru.[4] Na plášť válce rovněž působí nějaký tlak. Jelikož je plášť symetrický, výslednice tlakových sil působících na plášť bude nulová.

Výsledná síla, která působí na válec, je tedy jednoduše síla $F = (p_\mathrm{d} - p_\mathrm{h})\,S$, která závisí na tom, jak velký je rozdíl tlaků dole a nahoře. Pro tekutiny (tzn. plyny a kapaliny) lze tento tlakový rozdíl vyjádřit jako $p_\mathrm{d} - p_\mathrm{h} = \varrho g h$, kde ϱ je hustota kapaliny, g tíhové zrychlení a h je rozdíl hloubek, ve kterých jsou umístěny podstavy, což není nic jiného než výška našeho

[4]Správně na podstavy nepůsobí tlak, ale tlaková síla, což je součin tlaku a plochy, pro kterou tlakovou sílu počítáme. Směr této síly je vždy kolmý na příslušnou plochu.

modelového válce. Po dosazení již dostáváme známý vztah $F = \varrho g h S = \varrho V g$, kde $V = hS$ je objem válce.[5]

Pro vztlakovou sílu vzduchu platí stejný vztah $F = \varrho_\mathrm{v} V g$, kde $\varrho_\mathrm{v} = 1{,}2\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$ je hustota vzduchu. Na určení vztlakové síly tedy nepotřebujeme komplikovaně měřit skutečné nadnášení vzduchem. Úplně nám postačuje *změřit* objem vlastního těla. Způsobů, jak „se změřit“, je celá řada.

Jako jednu z možností si můžeme změřit dostatečně podrobně míry vlastního těla, tělo si pak rozdělit na jednoduché geometrické útvary a vypočíst jejich společný objem.

Další možnost využívá vanu s vodou: vanu si napustíme, ponoříme se do ní a vyznačíme si výšku hladiny. Když z vany vylezeme, hladina vody poklesne. Stačí tedy do vany přilévat další vodu, dokud vanu nedoplníme po značku. Přilitý objem vody pak odpovídá objemu těla.

Poslední možnost spočívá ve využití známé hodnoty hustoty lidského těla, která činí [6] $\varrho_\mathrm{t} = 985\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$ a mění se zhruba o $40\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$ (tzn. o 4 %) při nádechu a výdechu. Změříme-li svoji hmotnost m, objem s přesností 4 % zjistíme jednoduše pomocí vztahu $V = m/\varrho_\mathrm{t}$.

Hmotnost autora řešení je 67,0 kg (nepřesnost váhy je jen 100 g, tedy procentuálně méně než 0,2 %) a jeho objem je

$$V = \frac{m}{\varrho_\mathrm{t}} = \frac{67{,}0\,\mathrm{kg}}{985\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}} \doteq 0{,}068\,\mathrm{m^3} = 68\,\mathrm{l}\,.$$

Budeme-li uvažovat pouze výše uvedenou nepřesnost určení hustoty, čtyřprocentní odchylka odpovídá nepřesnosti určení objemu o asi 3 l.

Vztlaková síla, která působí na autora řešení je rovna

$$F = \varrho_\mathrm{v} V g = 1{,}2\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}} \cdot 0{,}068\,\mathrm{m^3} \cdot 10\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}} \doteq 0{,}82\,\mathrm{N}\,.$$

Opět, čtyřprocentní odchylka v měření objemu vnese do měření vztlakové síly chybu asi 0,03 N. Vidíme tedy, jak i velmi rychlé měření (měřili jsme pouze jednu hodnotu![7]) může potvrdit, že lety zanedbávaná vztlaková síla vzduchu je v lidském měřítku opravdu zanedbatelná.

Patrik Švančara
`pato@vyfuk.mff.cuni.cz`

Úloha I.C ... O jednotkách

6 bodů; průměr 4,72; řešilo 50 studentů

(a) *Paťo si domů pořídil super skalpel, který dokáže řezat i ty netenčí materiály a kousek kovu s délkou* 1 mm. *Kov začal postupně půlit, čímž získával menší a menší části. Kolikrát musí Paťo rozpůlit svůj kousek, aby dostal část tlustou méně než* 1 Å*?*

(b) *Hmotnost elektronu je* $9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$. *Vypočítejte klidovou energii elektronu a udejte ji v kiloelektronvoltech* (keV)*.*

---

[5] Takto jednoduché odvození vztlakové síly platí pouze pro válec. Použitím značně pokročilé matematiky se ale dá ukázat, že stejný vztah platí pro všechna tělesa nejrůznějších tvarů a velikostí.

[6] `http://www.converter.cz/tabulky/hustota-pevne.htm`

[7] Opakovat měření na váze nemá velmi smysl, protože pokaždé udá stejnou hmotnost. Pro přesnější určení hmotnosti a skutečné zmenšení chyby měření by bylo třeba použít měření na více váhách.

(a) Při řešení úlohy lze postupovat několika způsoby. Jedním z nich, který je nejjednodušší, je popadnout kalkulačku a tloušťku Paťova kovu postupně počítat. Je-li původní tloušťka $1\,\mathrm{mm} = 10^{-3}\,\mathrm{m}$, po prvním půlení má kus kovu poloviční délku, tzn. $5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}$, po druhém půlení má délku $2{,}5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}$ atd. Vždy tedy půlíme nejtenčí kousek.
Až poté, co dělení zopakujete 24krát, zjistíte, že tloušťka Paťova kovu je asi $6{\cdot}10^{-11}\,\mathrm{m} < 1\,\mathrm{\AA}$. Takovýto postup, ač správný, je často příliš zdlouhavý. Abychom tedy podobné příklady nemuseli takto pracně zpracovávat, zavedli matematici posloupnosti, tzn. soubory čísel, které mezi sebou mají nějaký vztah. Posloupnost jednotlivých tlouštěk spojuje to, že každý další člen posloupnosti je vydělen dvěma (tzn. vynásoben 1/2).
Označíme-li první člen posloupnosti $a_0 = 10^{-3}\,\mathrm{m}$ původní tloušťku, pak si lze rozmyslet, že pro n-tý člen odpovídající n řezům platí

$$a_n = a_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n .$$

Například tedy po 2 řezech bude tloušťka rovna $a_2 = a_0(1/2)^2 = a_0/4$. Hledaný počet řezů N tedy označuje ten člen posloupnosti a_N, pro který jako první platí

$$a_N = a_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^N < 1\,\mathrm{\AA} .$$

Matematicky korektní řešení takovéto nerovnice vyžaduje poměrně pokročilou matematiku – nám může stačit za N dosazovat pořád vyšší a vyšší hodnoty pokud nedosáhneme hledanou nerovnost a tedy i správný výsledek.

(b) Klidová energie elektronu se vypočítá pomocí Einsteinova vztahu. Za m dosadíme hmotnost elektronu a za c rychlost světla.

$$E = mc^2 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot (3 \cdot 10^8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})^2 = 8{,}19 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{J} .$$

Pokud víme, že $1\,\mathrm{eV}$ je $1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$, tak pro opačný převod jednoduše platí

$$1\,\mathrm{J} = \frac{1}{1{,}6 \cdot 10^{-19}}\,\mathrm{eV} ,$$

tedy klidová energie elektronu je

$$E = 8{,}19 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{J} = \frac{8{,}19 \cdot 10^{-14}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}}\,\mathrm{eV} \doteq 512\,000\,\mathrm{eV} = 512\,\mathrm{keV} .$$

Klidová energie elektronu je tedy $512\,\mathrm{keV}$ (kiloelektronvoltů).

Kateřina Stodolová
katas@vyfuk.mff.cuni.cz

Pořadí řešitelů po I. sérii

Kategorie šestých ročníků

	jméno	škola	1	2	3	4	5	E	C	I	Σ
	Student Pilný	MFF UK	4	7	6	7	7	7	6	44	44
1.	*Patrik Rosenberg*	ZŠ Tuháčkova, Brno	1	3	6	7	5	–	4	**26**	**26**
2.	*Zuzana Weisová*	ZŠ Židlochovice	1	–	6	7	–	–	–	**14**	**14**
3.	*Pavel Šimůnek*	ZŠ K. J. Erbena, Miletín	3	–	–	6	2	–	–	**11**	**11**
4.	*Kateřina Stefanová*	ZŠ tř. SNP, Hradec Králové	–	–	–	7	–	–	3	**10**	**10**
5.	*Daniel Mikuš*	ZŠ Valašská Polanka	1	1	–	–	2	–	–	**4**	**4**
6.	*Martin Ondruška*	ZŠ Valašská Polanka	1	–	–	–	–	–	–	**1**	**1**

Kategorie sedmých ročníků

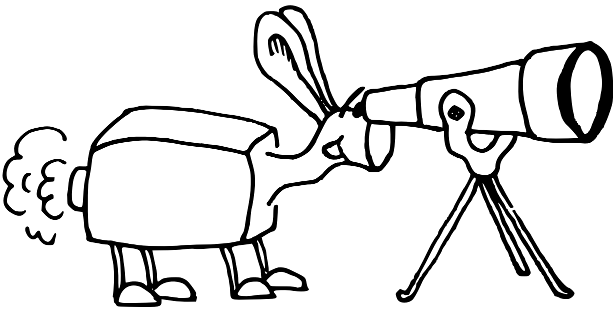
	jméno	škola	1	2	3	4	5	E	C	I	Σ
	Student Pilný	MFF UK	4	7	6	7	7	7	6	44	44
1.	*Martin Kysela*	G, Český Krumlov	1	4	6	7	5	7	6	**36**	**36**
2.	*Matyáš Hebert*	ZŠ a MŠ Křídlovická, Brno	4	6	1	7	5	7	5	**35**	**35**
3.	*Jakub Ježek*	ZŠ Bezručova, Hradec Králové	4	7	1	7	6	–	6	**31**	**31**
4.	*Pavel Provazník*	ZŠ Štefánikova, Pardubice	2	6	2	2	5	7	5	**29**	**29**
5.	*Pavla Maříková*	G J. Vrchlického, Klatovy	3	6	6	7	5	1	0	**28**	**28**
6.	*Tereza Dvořáková*	ZŠ Sokolovská, Velké Meziříčí	1	–	6	7	4	–	6	**24**	**24**
7.	*Dominik Blaha*	G, Uherské Hradiště	–	5	6	7	–	–	4	**22**	**22**
8.	*Jan Vrňata*	ZŠ Týnec nad Sázavou	1	5	1	6	2	0	5	**20**	**20**
9.–10.	*Kevin Děcký*	ZŠ Ostrava-Muglinov	2	5	1	6	4	–	–	**18**	**18**
9.–10.	*Martin Haikl*	G Týn nad Vltavou	2	5	1	6	4	–	–	**18**	**18**
11.	*Anna Gryčová*	ZŠ Husova, Liberec 5	1	6	2	6	–	–	2	**17**	**17**
12.	*Josef Vochozka*	ZŠ a MŠ Křídlovická, Brno	3	–	6	7	–	–	–	**16**	**16**
13.	*Barbora Šišáková*	ZŠ T. G. Masaryka Vracov	2	–	2	7	3	–	1	**15**	**15**
14.–15.	*Andrea Bártová*	ZŠ K Milíčovu, Praha 4 - Jižní M	2	–	4	2	5	–	–	**13**	**13**
14.–15.	*Aleš Chaloupka*	G J. Blahoslava, Ivančice	–	1	2	7	3	–	–	**13**	**13**
16.–17.	*Jolana Chylíková*	ZŠ Strakonice, Dukelská	–	–	6	2	–	–	–	**8**	**8**
16.–17.	*Jan Tomšej*	ZŠ Frýdek-Místek	1	–	–	7	–	–	–	**8**	**8**
18.	*Jiří Vestfál*	G a SOŠPg Jeronýmova, Liberec	2	1	2	–	–	–	–	**5**	**5**

Kategorie osmých ročníků

	jméno	škola	1	2	3	4	5	E	C	I	Σ
	Student Pilný	MFF UK		7	6	7	7	7	6	40	40
1.	*Eva Feldbabelová*	ZŠ Jemnice	–	6	6	7	6	7	6	**38**	**38**
2.	*Filip Brázda*	ZŠ a MŠ Kameničky	–	6	6	7	5	7	6	**37**	**37**
3.–4.	*Jiří Kohl*	Biskupské G, Brno	–	7	–	7	6	7	6	**33**	**33**
3.–4.	*Natálie Křivancová*	G, Český Krumlov	–	4	4	7	5	7	6	**33**	**33**
5.	*Sára Byšková*	ZŠ nám.Jiřího z Poděbrad, Praha	–	4	2	7	6	7	6	**32**	**32**
6.	*Filip Temiak*	G, Český Krumlov	–	4	6	7	5	7	2	**31**	**31**
7.	*Adam Mára*	ZŠ Jiráskovy sady, Příbram II	–	3	2	7	6	7	5	**30**	**30**
8.	*Kryštof Rakovský*	ZŠ Jiráskovy sady, Příbram II	–	4	2	7	1	7	6	**27**	**27**
9.	*Adam Krška*	G, Mikulov	–	–	5	7	–	7	5	**24**	**24**
10.	*Ema Volešová*	PORG, Praha	–	6	2	7	–	7	–	**22**	**22**
11.–12.	*Alexandra Rosenbergová*	ZŠ Tuháčkova, Brno	–	4	2	2	4	3	5	**20**	**20**
11.–12.	*Ondřej Valášek*	G, Nový Bydžov	–	2	6	2	6	–	4	**20**	**20**
13.	*Radomír Mielec*	G Volgogradská 6a, Ostrava	–	6	6	7	–	–	–	**19**	**19**
14.	*Adam Korbel*	ZŠ J. A. Komenského Blatná	–	–	2	7	–	5	4	**18**	**18**
15.	*Jakub Pelc*	G, Benešov	–	–	6	7	3	–	–	**16**	**16**
16.–18.	*Adam Baroš*	ZŠ Valašská Polanka	–	5	–	6	4	–	–	**15**	**15**
16.–18.	*Jan Hyžák*	ZŠ Valašská Polanka	–	5	–	6	4	–	–	**15**	**15**
16.–18.	*Aleš Opl*	Gymnázium Praha 3	–	–	2	7	–	–	6	**15**	**15**
19.	*Luboš Petráň*	Biskupské G, České Budějovice	–	–	2	–	5	–	–	**7**	**7**
20.	*Jakub Dorňák*	ZŠ Valašská Polanka	–	5	–	–	–	–	–	**5**	**5**

Kategorie devátých ročníků

	jméno	škola	1	2	3	4	5	E	C	I	Σ
	Student Pilný	MFF UK		7	6	7	7	7	6	40	40
1.–4.	*Lubor Čech*	G, Mikulov	–	6	6	7	6	7	6	**38**	**38**
1.–4.	*Kateřina Fialová*	G Neumannova, Žďár n. S.	–	7	6	7	5	7	6	**38**	**38**
1.–4.	*Robert Gemrot*	G Komenského, Havířov	–	6	6	7	6	7	6	**38**	**38**
1.–4.	*Šárka Štěpánková*	G J. Ressela, Chrudim	–	6	6	7	7	7	5	**38**	**38**
5.–7.	*Martina Daňková*	Klasické a španělské G, Brno	–	6	6	7	6	6	6	**37**	**37**
5.–7.	*Jan Raja*	G, Nymburk	–	6	6	7	5	7	6	**37**	**37**
5.–7.	*Hana Slámová*	G Brno, tř. Kpt. Jaroše	–	6	6	7	5	7	6	**37**	**37**
8.	*Patrik Kašpárek*	Katolické gymnázium Třebíč	–	6	5	7	7	3	6	**34**	**34**
9.	*Lucie Urbanová*	G Chotěboř	–	7	6	7	4	4	5	**33**	**33**
10.	*Petr Krotký*	G, Hustopeče	–	6	2	7	6	7	4	**32**	**32**
11.–12.	*Tereza Bouberlová*	Biskupské G, České Budějovice	–	6	6	7	–	7	5	**31**	**31**
11.–12.	*Karolína Letochová*	G Šternberk	–	5	6	7	3	7	3	**31**	**31**
13.–16.	*David Kamenský*	G a JŠ, Břeclav	–	6	6	5	7	–	6	**30**	**30**
13.–16.	*Štěpán Nekula*	G dr. K. Polesného., Znojmo	–	5	6	6	3	7	3	**30**	**30**
13.–16.	*Eliška Novotná*	G a SOŠPg Jeronýmova, Liberec	–	6	6	7	5	–	6	**30**	**30**
13.–16.	*Julie Rubášová*	Biskupské G, Brno	–	6	6	2	4	7	5	**30**	**30**
17.	*Jiří Szotkowski*	ZŠ Ve Svahu, Karviná - Ráj	–	6	1	7	2	7	6	**29**	**29**
18.	*Filip Řeháček*	Klasické a španělské G, Brno	–	6	6	7	5	–	4	**28**	**28**
19.	*Vladimír Chudý*	ZŠ Ronov nad Doubravou	–	6	6	7	3	–	5	**27**	**27**
20.–21.	*Jakub Charvot*	G, Karviná	–	6	6	7	–	–	6	**25**	**25**
20.–21.	*Vojtěch Kuchař*	ZŠ Sobotka	–	6	6	7	–	–	6	**25**	**25**
22.	*Marco Souza de Joode*	G Nad Štolou, Praha	–	6	6	7	–	–	5	**24**	**24**
23.	*František Krůs*	Masarykovo G, Plzeň	–	6	6	3	7	–	–	**22**	**22**
24.	*Filip Holoubek*	G Masarykovo nám., Třebíč	–	4	6	2	3	–	3	**18**	**18**
25.	*Jiří Zinecker*	G Komenského, Havířov	–	–	6	6	5	–	–	**17**	**17**
26.	*Radim Šafář*	G J. Blahoslava, Ivančice	–	6	1	7	–	–	–	**14**	**14**
27.	*Gabriela Hladká*	G, Nymburk	–	6	–	7	–	–	–	**13**	**13**
28.	*Petr Svoboda*	ZŠ a MŠ Beroun - Město	–	1	1	2	4	–	2	**10**	**10**
29.–30.	*Martin Bencko*	G, Ohradní, Praha-Michle	–	–	1	–	4	–	1	**6**	**6**
29.–30.	*Magdalena Šlaufová*	G, Semily	–	2	2	2	–	–	–	**6**	**6**
31.	*Jitka Vysloužilová*	G, Cheb	–	0	–	3	–	–	–	**3**	**3**



Korespondenční seminář Výfuk
UK, Matematicko-fyzikální fakulta
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8

www: `http://vyfuk.mff.cuni.cz`
e-mail: `vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz`

Výfuk je také na Facebooku
http://www.facebook.com/ksvyfuk

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.