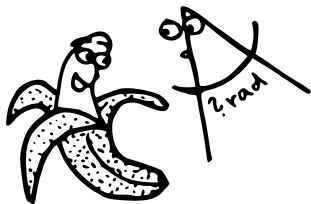


## Úloha VI.C ... 3,1415...

7 bodů; průměr 4,69; řešilo 52 studentů



- (a) Jindru číslo  $\pi$  velice zaujalo, proto si ho přál znát nazpaměť. Bohužel ale  $\pi$  má nekonečný desetinný rozvoj, a tak se Jindra musel spokojit s pamatováním si pouze prvních deseti číslic za desetinnou čárkou. Jindrovi spolužáci však tak pilní nejsou. Ondra si zapamatoval  $\pi$  na pět míst, Lukáš na tři, Káťa na dvě a Jarda jen na jedno. Zanedlouho měli v testu za úkol spočítat obvod Země. Jak moc se odpovědi jednotlivých žáků lišily? Kolik to je v procentech, vezmeme-li v úvahu Jindrovu odpověď za „správnou“? Na kolik desetinných míst je podle vás výhodné si číslo  $\pi$  pamatovat? Poloměr Země a  $\pi$  na dostatečný počet desetinných míst si vyhledejte například na internetu nebo v tabulkách a předpokládejte, že Země je ideální koule.
- (b) Najděte a odůvodněte převodní vztah z radiánů na stupně (kolik stupňů je 1 rad) a naopak (kolik radiánů je  $1^\circ$ ).
- (c) Domorodci z daleké země Umbuqa používají jako jednotku úhlu banány (ozn. b). Jejich vědci zjistili, že plný kruh odpovídá 4,5 b. Kolik radiánů odpovídá úhlu o velikosti 1 b?

- (a) Nejprve musíme zjistit, čemu se rovná  $\pi$  na deset desetinných míst. Na webu<sup>1</sup> se dozvíme, že  $\pi$  na prvních deset desetinných míst je rovno  $\pi = 3,141\,592\,653\,6$ . Ondra se tedy naučil číslo  $\pi = 3,141\,59$ , Lukáš se naučil  $\pi = 3,141$ , Káťa  $\pi = 3,14$  a Jarda se naučil  $\pi = 3,1$ . Abychom mohli určit, jaký obvod Země každý z nich vypočítal, musíme použít vztah pro výpočet obvodu kruhu  $O = 2\pi r$ . Snadno nalezneme, že poloměr Země činí 6 378 km. Jindrovi tedy vyšlo

$$O = 2\pi r = 2 \cdot 3,141\,592\,653\,6 \cdot 6\,378 \text{ km} = 40\,074,16 \text{ km}.$$

Stejným dosazením zjistíme, že Ondrovi vyšlo  $O_O = 40\,074,12$  km, Lukášovi vyšlo  $O_L = 40\,066,60$  km, Kátě vyšlo  $O_K = 40\,053,84$  km a Jardovi vyšlo  $O_J = 39\,543,60$  km.

Procentuální odchylku Ondrova a Jindrova výsledku vypočteme tak, že nejprve určíme rozdíl jejich výsledků v kilometrech, který činí

$$\Delta O_O = O_J - O_O = 40\,074,16 \text{ km} - 40\,074,12 \text{ km} = 0,04 \text{ km}.$$

Tento rozdíl pak převedeme na procenta pomocí trojčlenky. Uvažme, že celek, tedy 100 %, je roven Jindrovu výsledku. Pak procentuální odchylka  $\delta O_O$  je

$$x = \frac{\Delta O_O}{O_J} \cdot 100 \% = \frac{0,04 \text{ km}}{40\,074,16 \text{ km}} \cdot 100 \% \doteq 0,0001 \%$$

<sup>1</sup><http://www.piday.org/million/>

Ondrova procentuální odchylka je tedy přibližně 0,0001 %. Úplně stejným způsobem můžeme vypočítat, že procentuální odchylka Lukášova výsledku je 0,019 %, odchylka Kátina výsledku je 0,051 % a Jardova odchylka je 1,32 %.

Vidíme, že procentuální odchylka je v prvních tří případech menší než procento. Nejběžněji používaná hodnota  $\pi = 3,14$  nám tedy ve většině praktických výpočtů úplně postačuje. Používání příliš přesné hodnoty  $\pi$  se nevyplatí, protože typicky i ostatní veličiny známe jen s omezenou přesností. Například zde vnáší do výsledku větší chybu zjednodušení, že tvar Země je koule.

- (b) Převodní vztah mezi radiány a stupni můžeme snadno odvodit ze vztahu mezi velikostí plného úhlu v radiánech a stupních, který najdeme ve Výfučtení. Dozvíme se, že platí rovnost  $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$ . Úpravou této rovnice zjistíme, že jeden stupeň se rovná

$$1^\circ = \frac{1^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \text{ rad} \doteq 0,017 \text{ rad}.$$

Stejným způsobem vypočítáme i převodní vztah z radiánů na stupně:

$$1 \text{ rad} = \frac{1 \text{ rad}}{2\pi \text{ rad}} \cdot 360^\circ \doteq 57,3^\circ.$$

- (c) Víme-li, že plný kruh má  $2\pi \text{ rad}$  a zároveň 4,5 b, můžeme stejným způsobem jako výše vypočítat, čemu se rovná jeden banán:

$$1 \text{ b} = \frac{1 \text{ b}}{4,5 \text{ b}} \cdot 2\pi \text{ rad} \doteq 1,4 \text{ rad} = 80^\circ.$$

Úhel 1 b tedy odpovídá úhlu asi 1,4 rad.

*Marek Božoň*

marek@vyfuk.mff.cuni.cz

---

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.