

Úloha VI.4 ... Koupel

7 bodů; průměr 5,63; řešilo 46 studentů

Orgové Výfuku zjistili, že nejlepší koupel připravíte tak, že do vany napustíte 40l vody o teplotě 20 °C. Pak přilijete 7l horké vody o teplotě 60 °C a 3l ledové vody o teplotě 10 °C. Koupel dobře promícháte a z vany vypustíte 10l vody. Poté opět dolijete 7l horké a 3l ledové vody, promícháte, 10l vody vypustíte a postup mnohokrát opakujete. Po dostatečném počtu opakování bude mít koupel ideální teplotu. Zjistěte, jaká je tato teplota.

Před samotným řešením úlohy je třeba se zamyslet nad tím, jak bude přilévání vody probíhat. Ze zadání vidíme, že zde budeme používat nejspíše klasickou *kalorimetrickou* rovnici. Začít ale bezmyšlenkovitě počítat rovnice by bylo špatný krokem. Na začátku je ve vaně 40l vody o určité teplotě a my přilijeme dalších deset litrů směsi studené a horké vody. Pak 10l smíchané vody vypustíme. Po dostatečném počtu opakování se původních 40l vody o teplotě 20 °C tedy prakticky úplně vypustí a ve vaně bude pouze směs studené a horké vody, kterou každým krokem doléváme.

Jiné vysvětlení můžeme podat tak, že při každém přilítí další vody se celková teplota vody ve vaně zvýší. V jednom okamžiku logicky nastane maximum teploty. Bude to tehdy, když ve vaně bude pouze směs studené a horké vody.

Stačí tedy spočítat pouze jednu kalorimetrickou rovnici pro míchání horké a ledové vody:

$$m_h c (t_h - t) = m_l c (t - t_l) ,$$

kde m_h je hmotnost horké vody, m_l je hmotnost ledové vody, t_h je teplota horké vody, t_l je teplota ledové vody, c je měrná tepelná kapacita vody¹ a t je výsledná ideální teplota koupele.

Kalorimetrickou rovnici postupně upravujeme tak, abychom vyjádřili t :

$$\begin{aligned} m_h c (t_h - t) &= m_l c (t - t_l) , \\ m_h (t_h - t) &= m_l (t - t_l) , \\ m_h t_h - m_h t &= m_l t - m_l t_l , \\ m_h t_h + m_l t_l &= m_l t + m_h t , \\ t &= \frac{m_h t_h + m_l t_l}{m_l + m_h} . \end{aligned}$$

Do poslední rovnice dosadíme zadané hodnoty:

$$t = \frac{7 \text{ kg} \cdot 60 \text{ °C} + 3 \text{ kg} \cdot 10 \text{ °C}}{3 \text{ kg} + 7 \text{ kg}} = 45 \text{ °C} .$$

V rovnici jsme využili poznatek, že 1l vody váží 1kg. Zjistili jsme tedy, že ideální teplota vody je 45 °C.

Kateřina Stodolová
katas@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

¹Měrná tepelná kapacita je v našem rozsahu teplot nezávislá na teplotě.