

**Úloha VI.1 ... Narozeniny**

4 body; průměr 3,83; řešilo 23 studentů

Kačka dostala k narozeninám přesně 8 192 bonbonů. Poněvadž takové množství bonbonů by sama nesnědla, rozhodla se každý den (dnem svých narozenin počínaje) rozdat polovinu bonbonů, které měla v daný den k dispozici. Ke Kaččině překvapení jí ale bonbony začaly rychle ubývat, až jednoho rána zjistila, že jí zůstal poslední bonbon, který snědla sama. Kolik dnů od Kaččiných narozenin do toho dne uběhlo?

K úloze můžeme určitě přistoupit tak, že budeme číslo 8 192 dělit dvěma, dokud nedosáhneme jedničky, tj. posledního bonbónu. Nebo obráceně lze začít u posledního bonbónu a počítat, kolik jich bylo den předtím, tj. násobit vždy aktuální počet dvěma, až se dostaneme na původní číslo. V obou případech pak počet dvojek (tj. kolikrát musíme násobit) odpovídá počtu dní do posledního bonbónu. Určitě vám také vyšlo, že správná odpověď je 13 dní :-).

Úloha má samozřejmě i „matematictější“ řešení, pokud vás napadlo využít logaritmus<sup>1</sup>, jste na správné cestě. Problém oprostíme od jeho reálného významu, tedy zapíšeme čistě matematicky:

$$8\,192 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x = 1,$$

kde  $x$  je hledaný počet dní. Jedná se o tzv. exponenciální rovnici, která se zpravidla řeší právě pomocí logaritmu. Nejprve si však rovnici upravíme:

$$8\,192 = 2^x.$$

Odtud snadno vidíme, že hledané  $x$  je (třeba zadáním do kalkulačky nebo nahlédnutím do logaritmičkových tabulek)

$$x = \log_2(8\,192) = 13.$$

Vskutku nám tedy vyšlo, že od Kaččiných narozenin uplynulo právě 13 dní.

**Tereza Uhlířová**  
teri@vyfuk.mff.cuni.cz

**Lukáš Fusek**  
lukas@vyfuk.mff.cuni.cz

---

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

---

<sup>1</sup>Logaritmus,  $x = \log_b a$ , je zápis rovnosti mezi čísly  $x$ ,  $a$  a  $b$ , pro které zároveň platí  $b^x = a$ . Logaritmus tedy pomáhá „sesazovat“ neznámé z exponentů.