Úloha V.C ... Vzdálená

7 bodů; průměr 4,44; řešilo 39 studentů

(a) Marťanský rover Curiosity je jedna z pojízdných laboratoří, které i teď brázdí povrch Marsu a zkoumají tuto zvláštní planetu. Vypočítejte nejkratší čas, za který signál vyslaný vozítkem dorazí na Zem. Uvažte, že signál se šíří rychlostí světla, Země i Mars obíhají kolem Slunce po téměř kruhových dráhách s poloměry $a_\mathrm{Z} = 1\,\mathrm{AU}$ a $a_\mathrm{M} = 1{,}5\,\mathrm{AU}$.

(b) Ondra jednou pozoroval svojí oblíbenou cefeidu a měřil, jak se mění její zdánlivá hvězdná velikost m v čase t, viz tabulku. Pomozte Ondrovi a z naměřených dat zjistěte periodu jeho cefeidy a průměrnou zdánlivou hvězdnou velikost (průměrujte pouze v rámci jedné periody). S pomocí textu Výfučtení pak spočtěte její absolutní hvězdnou velikost a konečně i její vzdálenost od Země.

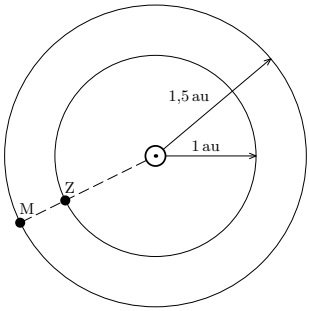
Tabulka 1: Časová závislost zdánlivé hvězdné velikosti Ondrovy cefeidy

t/d	0	1	1,5	2	3	4	5	6
m	4,12	4,28	4,3	4,2	3,55	3,8	4	4,2
t/d	7	8	9	10	11	12	13	
m	4,3	3,95	3,55	3,85	4,1	4,28	4,3	

(a) Jelikož se signál pohybuje konstantní rychlostí, nejkratší doba odpovídá nejmenší vzdálenosti obou planet. Trajektorie Země a Marsu jsou podle zadání soustředné kružnice o poloměrech a_Z a a_M se středem ve Slunci. Jak nejbližší, tak i vůči sobě nejvzdálenější polohy těchto planet leží na přímce procházející jejich středem. Nejkratší vzdálenost je tedy právě rozdíl poloměrů trajektorií, tzn.

$$a = a_\mathrm{M} - a_\mathrm{Z} = 1{,}5\,\mathrm{au} - 1\,\mathrm{au} = 0{,}5\,\mathrm{au} \doteq 7{,}5 \cdot 10^{10}\,\mathrm{m}\,.$$

V posledním kroku jsme využili převodový vztah z Výfučtení.

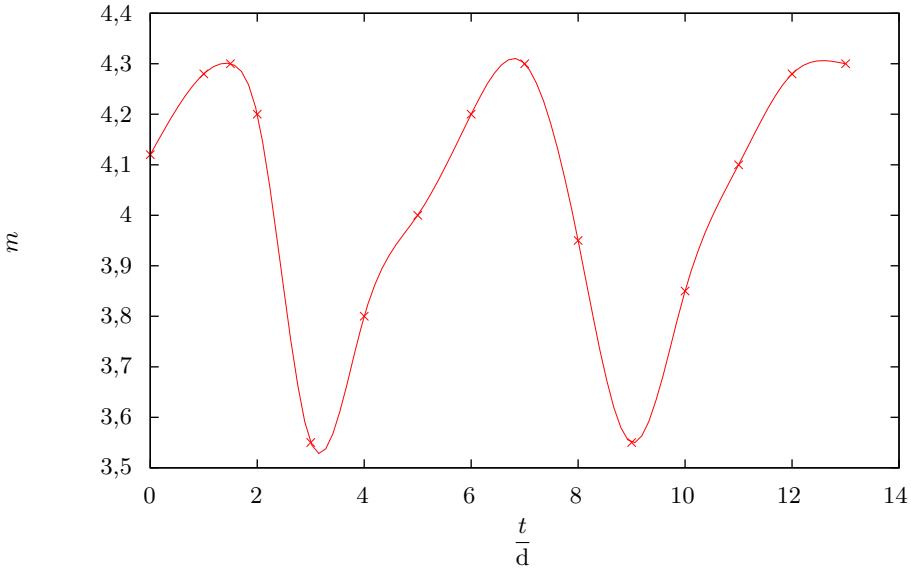


Obr. 1: Hledaná vzájemná poloha Země (Z) a Marsu (M)

Rychlost pohybu planet můžeme vůči rychlosti signálu i na těchto meziplanetárních vzdálenostech zanedbat a tedy čas, za který se dostane signál z jedné planety na druhou, je jednoduše $t = a/c$, kde $c = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ je rychlost světla:

$$t = \frac{a}{c} = \frac{7{,}5 \cdot 10^{10}\,\mathrm{m}}{3 \cdot 10^8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}} = 250\,\mathrm{s} = 4\,\mathrm{min}\,10\,\mathrm{s}\,.$$

(b) Periodu změn hvězdné velikosti Ondrovy cefeidy lze jednoduše vyčíst z naměřených dat. Jednou z možností je najít dvě po sobě následující maxima a příslušné časy od sebe odečíst. Maximum prvně nastává v čase $t_1 = 1{,}5\,\mathrm{d}$, dále v čase $t_2 = 7\,\mathrm{d}$ a nakonec i v čase $t_3 = 13\,\mathrm{d}$. Dostáváme tak dvě různé periody $P_1 = t_2 - t_1 = 5{,}5\,\mathrm{d}$ a $P_2 = t_3 - t_2 = 6\,\mathrm{d}$. Opravdová perioda se bude pravděpodobně nacházet mezi P_1 a P_2, proto v dalších výpočtech budeme uvažovat zprůměrovanou periodu $P \approx 5{,}75\,\mathrm{d}$.



Obr. 2: Graf časové závislosti zdánlivé hvězdné velikosti Ondrovy Cefeidy

Pomocí vztahu z Výfučtení lze z periody určit absolutní hvězdnou velikost Ondrovy cefeidy M:

$$M_\mathrm{C} = -2{,}78 \log(P) - 1{,}35 \doteq -3{,}5\,.$$

Střední hodnotu zdánlivé hvězdné velikosti vypočítáme jako průměr všech (rovnoměrně rozmístěných) měření v rámci jedné periody. Zprůměrováním hodnot mezi časy 7 d a 12 d (včetně) dostáváme střední hodnotu $m \doteq 4{,}01$.
Ze zdánlivé a absolutní hvězdné velikosti teď můžeme určit přibližnou vzdálenost cefeidy d, opět pomocí vztahu z Výfučtení:

$$d = 10\,\mathrm{pc} \cdot 10^{(m - M_\mathrm{C})/5} = 10\,\mathrm{pc} \cdot 10^{(4{,}01 + 3{,}5)/5} \doteq 318\,\mathrm{pc}\,.$$

Vůči velikosti naší galaxie je taková vzdálenost poměrně malá. Můžeme tedy usoudit, že cefeida se nachází v naší galaxii a je nám navíc docela blízká.

Ondřej Knopp
Ondra@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/.