

Úloha V.3 ... Běžecká

5 bodů; průměr 4,34; řešilo 58 studentů

Kuba a Paťo jednou vymýšleli strategii pro štafetový běh, kterého se chtěli s Verčou zúčastnit. Běžecká dráha je dlouhá tři kilometry a štafetově ji poběží všichni tři, přičemž Paťo běží rychlostí $5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, Verča $10 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ a Kuba $15 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Kuba navrhoval, aby každý z běžců běžel stejně dlouho, zatímco Paťo zastával strategii, že každý poběží stejně dlouhý úsek. Podle které strategie doběhne tým do cíle za kratší čas?

Ze zadání víme, že dráha s štafetového běhu je stejná nezávisle na použité strategii. Tudíž potřebujeme zjistit, ve které z možností je čas proběhnutí této dráhy menší. Kubova teorie byla, že všichni (Paťo, Verča, Kuba) poběží stejný časový úsek

$$t_P = t_V = t_K = \frac{t_1}{3},$$

kde t_1 je jejich celkový čas. Dále si musíme uvědomit, že jednotlivé dráhy běžců

$$s_P = v_P t_P = v_P \frac{t_1}{3},$$

$$s_V = v_V t_V = v_V \frac{t_1}{3},$$

$$s_K = v_K t_K = v_K \frac{t_1}{3}$$

musí v součtu dát celkovou dráhu s . Dráhy tedy sečteme, vyjádříme si čas t_1 a dosadíme hodnoty ze zadání:

$$s = s_P + s_V + s_K = (v_P + v_V + v_K) \frac{t_1}{3},$$

$$t_1 = \frac{3s}{v_P + v_V + v_K} = \frac{3 \cdot 3 \text{ km}}{5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} + 10 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} + 15 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}} = 0,3 \text{ h}.$$

Podle Kubovy strategie bude běžcům běh trvat $t_1 = 0,3 \text{ h} = 20 \text{ min}$.

Teď musíme zjistit, jestli čas závodu nebude v případě Paťovy teorie menší. Paťo navrhuje, aby všichni běžci běželi stejnou dráhu, tudíž

$$s_P = s_V = s_K = \frac{s}{3}.$$

Stejně jako u první teorie jsme si museli uvědomit, že součet drah je naše výsledná dráha, tak nyní si musíme uvědomit, že součet časů

$$t_P = \frac{s_P}{v_P} = \frac{s}{3v_P},$$

$$t_V = \frac{s_V}{v_V} = \frac{s}{3v_V},$$

$$t_K = \frac{s_K}{v_K} = \frac{s}{3v_K}$$

musí být výsledný čas t_2 . Nyní tedy stačí časy sečíst a dosadit hodnoty ze zadání. Dostáváme

$$t_2 = \frac{s}{3} \left(\frac{1}{v_P} + \frac{1}{v_V} + \frac{1}{v_K} \right) = \frac{3 \text{ km}}{3} \left(\frac{1}{5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}} + \frac{1}{10 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}} + \frac{1}{15 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}} \right) = \frac{33}{30} \text{ h} = 22 \text{ min}.$$

Porovnáme-li časy t_1 a t_2 , vidíme, že platí $t_1 < t_2$, z čehož plyne, že Kubova strategie je pro běžce lepší.

Petra Štefaníková
petras@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.