

Úloha V.2 ... Zlatovláška

5 bodů; průměr 3,56; řešilo 62 studentů

Terka si chystá na karneval kostým Zlatovlášky. Během příprav ji napadlo, že by si místo paruky nechala vlasy pozlatit – na každý vlas by nanesla $5\text{ }\mu\text{m}$ tlustou vrstvu zlata. Kolik zlata by Terka potřebovala? Předpokládejte, že všech sto tisíc Terčinyých vlasů má délku $0,5\text{ m}$, průměr $60\text{ }\mu\text{m}$ a tvar válce. Hustota zlata je $19\,000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Nejdříve je nutné zjistit, kolik zlata je potřeba na pokrytí jednoho vlasu. Jelikož známe hustotu zlata ρ , je hmotnost zlata na jednom vlasu m z rovnice pro hustotu

$$m = \rho V,$$

kde V je objem vrstvy zlata na jednom vlasu. Ten zjistíme odečtením objemu vlasu V_v od objemu vlasu pokrytého vrstvou zlata V'_v .

Objemy V_v a V'_v si vyjádříme pomocí vzorce pro výpočet objemu válce. Nesmíme ale zapomenout, že v zadání se nachází průměr vlasu $d = 60\text{ }\mu\text{m}$ a ne jeho poloměr $r = d/2$:

$$V_v = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 l,$$

kde $l = 0,5\text{ m}$ je délka Terčinyých vlasů.

Pro výpočet objemu pozlaceného vlasu V'_v musíme k poloměru přičíst i tloušťku pozlacení $v = 5\text{ }\mu\text{m}$. K délce vlasu l přičteme v jen jednou, protože vlasy vyrůstají pouze jedním svým koncem:

$$V'_v = \pi \left(\frac{d}{2} + v\right)^2 \cdot (l + v).$$

Pro objem zlata tak dostáváme

$$V = V'_v - V_v = \pi \left[\left(\frac{d}{2} + v\right)^2 \cdot (l + v) - \left(\frac{d}{2}\right)^2 l \right].$$

Takto vyjádřený objem můžeme dosadit do rovnice pro hustotu. Jelikož má Terka na hlavě $n = 100\,000$ vlasů, výsledná hmotnost zlata M bude n -násobek hmotnosti m . Dostáváme tak výsledný vztah

$$M = nm = n\rho V = n\rho\pi \left[\left(\frac{d}{2} + v\right)^2 \cdot (l + v) - \left(\frac{d}{2}\right)^2 l \right].$$

Do tohoto vztahu nyní můžeme dosadit zadané hodnoty. Dosadíme-li všechny veličiny v základních jednotkách, zjistíme, že Terka bude potřebovat přibližně $0,97\text{ kg}$ zlata. Jen pro zajímavost, při dnešní ceně zlata asi $1\,000\text{ Kč}\cdot\text{g}^{-1}$, by ji taková paráda vyšla na $970\,000\text{ Kč}$.

Alžběta Andrášková
betka@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.