

Úloha V.1 ... Dobble

5 bodů; průměr 2,71; řešilo 17 studentů

Bětka s Čajkou si chtěly zahrát Dobble, ale neměly hrací karty. Protože jsou tvořivé, rozhodly se karty vyrobit. Domluvily se, že na každé kartě budou nakresleny tři různé symboly a že celkem použijí 7 různých symbolů. Kolik různých karet mohou vytvořit? Ve hře Dobble mají každé dvě karty stejný právě jeden symbol. Kolik karet Bětce s Čajkou zůstane, aby bylo splněno toto pravidlo?

Celkový počet symbolů lze určit dvěma způsoby – buď si můžeme všechny možnosti vypsát, nebo můžeme použít tzv. kombinační číslo.

Pro snadné vypsání všech možných kombinací si jednotlivé symboly označíme přirozenými čísly 1 až 7. Nyní můžeme snadno zapsat všechny tříčlenné kombinace těchto čísel: 123, 124, 125, 126, 127, 134, 135, ... Při vypisování stačí uvažovat pouze všechny vzestupně uspořádané, neboť nezáleží, v jakém pořadí jsou symboly na kartě nakresleny. Jinými slovy, kombinace symbolů 123, 132, 213, 231, 312 a 321 jsou totožné. Tímto postupem zjistíme, že celkový možný počet karet je 35.

Druhým způsobem je použití tzv. kombinačního čísla, které představuje počet možností, jak z n různých prvků (v našem případě ze sedmi symbolů) vybrat k prvků (tři různé symboly). Kombinační číslo se značí

$$\binom{n}{k}$$

(čteme n nad k) a v našem případě jej můžeme vyjádřit jako¹

$$\binom{7}{3} = \frac{7!}{3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 35.$$

Vykřičník zde čteme „faktoriál“. Jak předchozí výpočet napovídá, faktoriál nějakého přirozeného čísla je rovný součinu daného čísla a všech menších přirozených čísel.

Navíc vidíme, že oběma postupy jsme se dostali k témuž výsledku – Bětka s Čajkou mohou vytvořit celkem 35 karet.

Přidáním pravidla, že každé dvě karty musí mít právě jeden společný symbol, se počet možností sníží. Nejjednodušší způsob pro určení, kolik karet nám zůstane, je vybrat si ze seznamu všech možných kombinací karet jednu (označenou nejnižším číslem) a vyřadit všechny, které nesplňují požadovanou podmínku. Ze zbylých karet vybereme opět tu s nejnižším označením a takto pokračujeme dál. Postupujeme-li správně, na konci nám zůstane sedm různých karet označených 123, 145, 167, 246, 257, 347 a 356.

Lukáš Fusek

lukas@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

¹Tento vzoreček lze nalézt v tabulkách.