

Úloha II.C ... Stěhování

8 bodů; průměr 6,47; řešilo 47 studentů

Když se Tom přestěhoval do Prahy a zařizoval si byt, měl v pokoji koberec i lino. Na koberec si postavil skříň tak, že střed skříně byl vzdálen 1 m od rozhraní lina a koberce. Jenže se mu již na koberec nevešel stůl, a tak se rozhodl skříň přesunout na lino, a to tak, že na konci je střed skříně od rozhraní koberec-lino stejně daleko jako na začátku. Dále víme, že Tomova skříň je široká 1 m, váží 40 kg a koeficient smykového tření koberce je $f_k = 0,5$, lina $f_l = 0,2$.

- (a) Jakou silou F_1 Tom musí na skříň působit, pokud ji posouvá po koberci?
 (b) Jakou silou F_2 Tom musí působit, pokud skříň je již na lino?
 (c) Jakou silou $F_{1/2}$ Tom působil, když byla půlka skříně již na lino, ale druhá půlka ještě stále na koberci?
 (d) Nakreslete graf závislosti síly na vzdálenosti, kterou skříň již urazila.
 (e) Jakou práci Tom při stěhování skříně vykonal?
 Třecí síla se spočte jako $F_t = mgf$. Skříň považujte za homogenní těleso.

- (a) Pokud chce Tom se skříň pohnout, musí vyvinout minimálně takovou sílu, jak velká je síla třecí. Třecí síla odpovídá normálové síle, kterou zde zastupuje síla tíhová o velikosti mg vynásobená koeficientem smykového tření $f_k = 0,5$. Naše hledaná síla je tedy

$$F_1 = mgf_k = 40 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 0,5 = 200 \text{ N}.$$

Tom musí vyvinout minimálně sílu 200 N, aby se skříň na koberci rozpochybovala.

- (b) To samé jako v předchozím bodě platí i zde: síla, kterou Tom udrží skříň v rovnoměrném přímočarém pohybu, je rovna síle třecí. Tady však musíme dosadit jiný koeficient tření, protože ji posouvá po jiném materiálu (linu s koeficientem tření $f_l = 0,2$):

$$F_2 = mgf_l = 40 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 0,2 = 80 \text{ N}.$$

Když je tedy skříň celá na lino, Tom proti ní působí silou o velikosti 80 N.

- (c) Tady opět platí, že Tom působí silou o velikosti třecí síly, která je zde rozložena mezi dva povrchy, lino a koberec, každý s jiným koeficientem tření. Konkrétně v této situaci se polovina hmoty skříně nachází na koberci a druhá na lino (skříň je považována za homogenní těleso, tzn. že má po celém svém objemu hmotu rozloženou stejnoměrně). Proto bude platit

$$F_{1/2} = \frac{mg}{2} \cdot f_k + \frac{mg}{2} \cdot f_l = \frac{mg}{2} \cdot (f_k + f_l) = \frac{40 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}{2} \cdot (0,5 + 0,2) = 140 \text{ N}.$$

Síla, kterou v tomto momentu Tom působí na skříň, je tedy 140 N.

- (d) Zde si musíme uvědomit, že třecí síla *nezávisí* na dráze, ale na typu povrchu, po kterém těleso posunujeme. Složení povrchů se však v určité části dráhy posouvání skříně mění z okamžiku na okamžik. Pro lepší přehlednost si tuto situaci rozdělíme na tři části: část, kdy je skříň celou svojí vahou na koberci, část, kdy je částečně na jednom a částečně na druhém povrchu, a na poslední část, kdy je celým svým spodkem na lino.

Tom bude skříň tahat pouze po koberci na dráze $s_1 = 0,5$ m. Tolik totiž chybí nejbližšímu kraji skříně k rozhraní koberec – lino. Pak se skříň dostává okrajem na lino a po obou površích se pohybuje po dráze dlouhé $s_{1/2} = 1$ m, tedy po celé své šířce. Nakonec, na dráze $s_2 = 0,5$ m se pohybuje jen po lino.

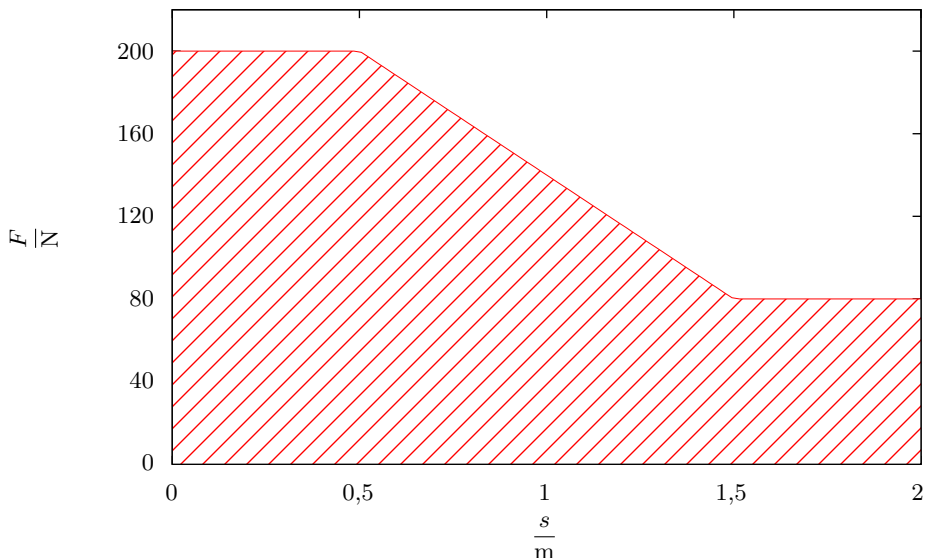
Síla, kterou Tom působí v prvním a třetím úseku, bude konstantní a rovna F_1 , respektive F_2 . Proto první a poslední část pohybu bude v grafu zobrazena jako přímková, která bude rovnoběžná s osou x .

Síla se ale bude měnit při pohybu přes rozhraní koberec – lino. Zřejmě bude velikost síly potřebné k posouvání skříně klesat, protože skříň se bude posouvat na lino, které má menší koeficient tření. Poněvadž skříň má rovnoměrně rozloženou hmotu, síla bude klesat rovnoměrně z hodnoty F_1 na hodnotu F_2 . V grafu se toto rovnoměrné klesání zobrazí jako přímka směřující na grafu od bodu se souřadnicemi $[0,5 \text{ m}; 200 \text{ N}]$ do bodu se souřadnicemi $[1,5 \text{ m}; 80 \text{ N}]$ (viz graf na obrázku 1).

- (e) Práci, kterou vykonáme proti síle F na dráze s , je $W = Fs$. Platí tedy, že práci lze vyjádřit jako součin hodnot, které jsme vynášeli na osy našeho grafu. Z Výfučtení ale víme, že v takovém případě pro výpočet práce postačí spočítat plochu pod tímto grafem. Plocha se skládá ze dvou obdélníků se stranami o velikosti $200 \text{ N} \times 0,5 \text{ m}$ a $80 \text{ N} \times 0,5 \text{ m}$. Mezi nimi se nachází lichoběžník se svislými základnami o velikosti 200 N a 80 N a s výškou odpovídající délce 1 m . Obsah lichoběžníku se dá spočítat jako polovina součtu délek základů vynásobená jeho výškou, obsahy obdélníků vypočítáme jednoduše jako součiny jejich rozměrů. Práce, kterou Tom vykonal, tedy odpovídá ploše pod grafem síly v závislosti na dráze, což činí

$$W = 200 \text{ N} \cdot 0,5 \text{ m} + \frac{(200 \text{ N} + 80 \text{ N}) \cdot 1 \text{ m}}{2} + 80 \text{ N} \cdot 0,5 \text{ m} = 100 \text{ N} \cdot \text{m} + 140 \text{ N} \cdot \text{m} + 40 \text{ N} \cdot \text{m} = 280 \text{ N} \cdot \text{m} = 280 \text{ J}.$$

Tom tedy při stěhování skříně vykonal práci $W = 280 \text{ J}$.



Obr. 1: Závislost velikosti Tomovy síly na dráze. Plocha pod grafem je vyšrafovaná.

Poznámky k došlým řešením

Hodně jsem v celém řešení postrádala vaše slovní vysvětlení, díky kterému bych mohla snáze odhadnout, kde jste udělali chybu, a přidělit vám alespoň nějaký ten bod k dobru. Takto se hodně z vás o body připravilo, což mě mrzí.

Všichni jste dokázali spočítat síly F_1 a F_2 , ale opravdu málo z vás napsalo, proč tomu tak skutečně je. Stačilo napsat, že Tom musí na skříň působit minimálně tak velkou silou, jako je daná třecí síla, aby se skříň dala do pohybu.

Někteří z vás si také výpočet práce zjednodušili stylem „zprůměruji síly a to vynásobím celkovou dráhou“. Výsledek jste sice dostali správný, jenže toto je speciální případ, kdy jsou všechny tři části dráhy (tzn. ta po koberci, ta po smíšeném povrchu a ta po líně) stejně dlouhé, tedy 1 m. Usoudila jsem, že u většiny šlo tak spíše jen o intuitivní řešení, což jsem hodnotila jedním bodem ze dvou.

Pavla Trembulaková
pavlat@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.