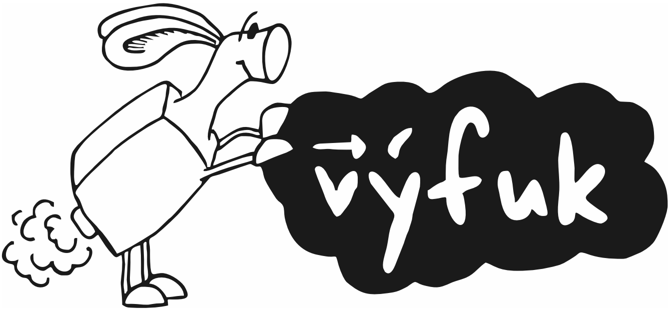



výpočty fyzikálních úkolů

Milí kamarádi,

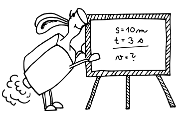
Tak je to tady. Další ročník se chýlí ke konci, v rukou právě držíte brožurku Výfuku s posledními zadáními v tomto školním roce. Do prázdnin se samozřejmě můžete těšit na prázdninové série, ale to pro tuto chvíli nechejme stranou.

Co vás v rámci této brožurky čeká? Inu, kromě další várky problémů si můžete přečíst krátké povídání o úhlech a o tom, jak je můžeme měřit.

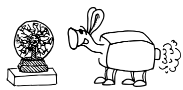
Co vás čeká mimo ni? Určitě jste si všimli, že v obálce na vás vykoukla i pozvánka na jarní setkání, které se kvapem blíží, tak se nezapomeňte přihlásit!

Hodně zdaru v řešení této série vám přejí

*Organizátoři*
vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz

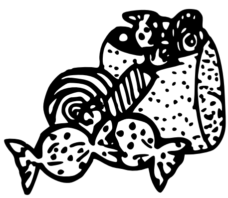


## Zadání VI. série



Termín doručení: 9. 5. 2016 20.00

### Úloha VI.1 ... Narozeniny ❻ ❼ — 4 body

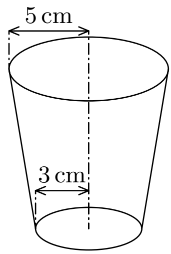


Kačka dostala k narozeninám přesně 8 192 bonbonů. Poněvadž takové množství bonbonů by sama nesnědla, rozhodla se každý den (dnem svých narozenin počínaje) rozdat polovinu bonbonů, které měla v daný den k dispozici. Ke Kaččině překvapení jí ale bonbony začaly rychle ubývat, až jednoho rána zjistila, že jí zůstal poslední bonbon, který snědla sama. Kolik dnů od Kaččiných narozenin do toho dne uběhlo?

matfyz

## Úloha VI.2 ... Kofola ❻ ❼ ❽ ❾ 5 bodů

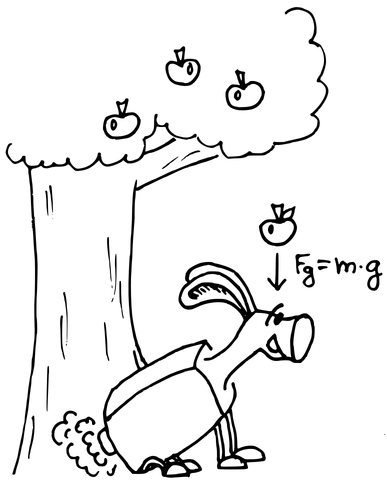
Tom má rád Kofolu pouze tehdy, když ji má ve sklenici přesně $\pi$ dl, proto ji pije jen ze své speciální sklenice. Ta má tvar komolého (seříznutého) kužele, viz obrázek. Jakou výšku má Tomova sklenice, víte-li, že její objem je přesně $\pi$ dl?




## Úloha VI.3 ... Zářivý problém ❻ ❼ ❽ ❾ 6 bodů

Petr si posledně lámal hlavu nad problémem zapojení tří stejných žárovek. Nevěděl, jak má žárovky připojit ke zdroji konstantního elektrického napětí o velikosti 220 V tak, aby žárovky svítily s co nejvyšším výkonem.[1]

Navrhněte Petrovi takové zapojení a napište, proč si myslíte, že právě toto zapojení má maximální výkon. Petr vám ještě prozradí, že pokud je jedna takováto žárovka připojena k témuž zdroji přímo, má výkon 40 W.




[1] Elektrický výkon je definován jako součin napětí a proudu, který protéká žárovkou.

## Úloha VI.4 ... Koupel ❻ ❼ ❽ ❾ 7 bodů

Orgové Výfuku zjistili, že nejlepší koupel připravíte tak, že do vany napustíte 40 l vody o teplotě 20 °C. Pak přilijete 7 l horké vody o teplotě 60 °C a 3 l ledové vody o teplotě 10 °C. Koupel dobře promícháte a z vany vypustíte 10 l vody. Poté opět dolijete 7 l horké a 3 l ledové vody, promícháte, 10 l vody vypustíte a postup mnohokrát opakujete. Po dostatečném počtu opakování bude mít koupel ideální teplotu. Zjistěte, jaká je tato teplota.

## Úloha VI.5 ... Kolo štěstí ❻ ❼ ❽ ❾ ✫ 8 bodů

Radka se jednou dostala do televize, kde si mohla zatočit kolem štěstí. Kolo v rozhodujícím momentu roztočila úhlovou rychlostí $\omega_0$. Radku by samozřejmě zajímalo, na jaké pozici se kolo zastaví a jakou cenu vyhraje.

Kolo je brzděné speciálním mechanizmem, poskytující zpomalení (změna úhlové rychlosti za krátký časový úsek $\Delta t$) v jednotkách rad·s$^{-2}$

$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = 0{,}3 + \frac{\omega}{10}\,. \qquad (1)$$

Takovýto pohyb již není jednoduše vyjádřitelný pomocí vzorců, a proto si ho *naprogramujte* v tabulkovém kalkulátoru (MS Excel nebo OpenOffice Calc).

- Otevřete si váš oblíbený kalkulátor a založte si první sloupec, do kterého budete vynášet čas $t$ v sekundách s krokem $\Delta t = 0{,}1$ s.
- Do prvního řádku, vedle času $t_0 = 0$ s, zapište počáteční veličiny: počáteční úhel $\varphi_0 = 0$ rad a počáteční úhlovou rychlost $\omega_0 = 8$ rad·s$^{-1}$.
- Do čtvrtého sloupce vypočítejte velikost zpomalení $\varepsilon_0$.
- Další hodnoty úhlu $\varphi_n$ a úhlové rychlosti $\omega_n$ počítejte postupně pomocí vztahů

  $$\varphi_n = \varphi_{n-1} + \omega_{n-1}\Delta t\,, \qquad \omega_n = \omega_{n-1} - \varepsilon_{n-1}\Delta t$$

  a zpomalení $\varepsilon_n$ určete pomocí vztahu (1) dosazením úhlové rychlosti $\omega_n$.

Ve vypočítaných datech pak nalezněte čas, kdy je úhlová rychlost nulová, tzn. kolo se zastavilo. Pak určete, na jakém úhlu se kolo štěstí zastavilo[2] Do řešení zkuste vložit i kus své tabulky s daty.

## Úloha VI.E ... Kyvadlo ❻ ❼ ❽ ❾ 8 bodů

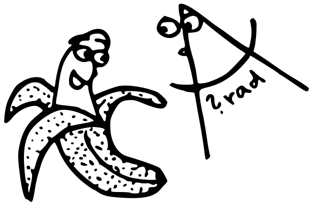
Tři orgové Výfuku dostali za úkol přezkoumat, na jakých veličinách a jak závisí perioda kmitů kyvadla $T$, které vychylujeme s počáteční výchylkou $5^\circ$.

(a) Jarda zkoumal dobu kmitů kyvadla s délkou závěsu 1 m. Zjistil, že perioda kmitů $T$ je přímo úměrná druhé mocnině hmotnosti závaží na konci kyvadla.

(b) David zjišťoval, jak závisí perioda $T$ na délce závěsu kyvadla a dospěl k závěru, že perioda $T$ je přímo úměrná délce závěsu.

Jak již jistě tušíte, vaší úlohou bude *experimentálně* prověřit jednotlivá tvrzení. Je-li tvrzení špatně, proveďte všechna potřebná měření k nalezení správného tvrzení.

*Tip:* Nejpřesněji se perioda kyvadla měří tak, že změříte čas, za který kyvadlo urazí deset period a změřený čas pak vydělíte deseti.

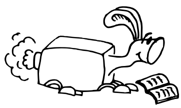


## Úloha VI.C ... 3,1415... ❻ ❼ ❽ ❾ 7 bodů

(a) Jindru číslo π velice zaujalo, proto si ho přál znát nazpaměť. Bohužel ale π má nekonečný desetinný rozvoj, a tak se Jindra musel spokojit s pamatováním si pouze prvních deseti číslic za desetinnou čárkou. Jindrovi spolužáci však tak pilní nejsou. Ondra si zapamatoval π na pět míst, Lukáš na tři, Káťa na dvě a Jarda jen na jedno. Zanedlouho měli v testu za úkol spočítat obvod Země. Jak moc se odpovědi jednotlivých žáků lišily? Kolik to je v procentech, vezmeme-li v úvahu Jindrovu odpověď za „správnou“? Na kolik desetinných míst je podle vás výhodné si číslo π pamatovat? Poloměr Země a π na dostatečný počet desetinných míst si vyhledejte například na internetu nebo v tabulkách a předpokládejte, že Země je ideální koule.

(b) Najděte a odůvodněte převodní vztah z radiánů na stupně (kolik stupňů je 1 rad) a naopak (kolik radiánů je 1°).

(c) Domorodci z daleké země Umbuqa používají jako jednotku úhlu banány (ozn. b). Jejich vědci zjistili, že plný kruh odpovídá 4,5 b. Kolik radiánů odpovídá úhlu o velkosti 1 b?



# *Výfučtení: O kruzích, kružnicích, stupních a radiánech*

V tomto textu se nejprve pokusíme objasnit, jak lidé v průběhu času přemýšleli o kružnicích a čísle π (pí). Poté se budeme věnovat historii a zavedení jednotek úhlů, což bude část více k zamyšlení. Znalost radiánů, které si odvodíme, se vám bude hodit až při dalším studiu fyziky, nicméně neuškodí se alespoň dozvědět, co ta zvláštní kontrolka `RAD` na vaší kalkulačce dělá, když svítí.

## *Počátky matematiky*

Starověcí řečtí matematici, jako například Archimédes, při vymýšlení matematických pravidel a pouček nepoužívali čísla ani číselné soustavy, jako my používáme dnes. Všechny výpočty, kterými se snažili odhalit nová pravidla, prováděli pomocí geometrie a úseček. Takový matematik si sedl, nakreslil si čáru a řekl si, že její velikost je rovna jedné. Poté mohl pomocí pravítka vytvořit další čáru stejné velikosti nebo dvakrát větší čáru (tj. o velikosti dva) a to spojením dvou čar o jednotkové délce za sebe.

[2] Nezapomeňte, že úhly v radiánech udáváme v intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$.

Prvočísla, tj. čísla mající právě dva dělitele – jedničku a sebe sama, byla například definována jako úsečky, které, budeme-li je skládat z úseček o téže délce, lze složit jen z úseček, které si Řek nakreslil jako první, tj. ty s „jednotkovou“ délkou. Například úsečku čtyřikrát delší než původní úsečku mohl Řek zkonstruovat pomocí dvou úseček dvakrát delších než původní, a proto číslo 4 není prvočíslo. Naopak sedmkrát delší úsečku mohl zkonstruovat jen spojením sedmi základních úseček za sebe, a proto je číslo 7 prvočíslo.

Řekové také zvládli tvořit trojúhelníky a mnohoúhelníky, dokonce brzy odvodili způsob, jak spočítat jejich obsah. Když však vytvořili kruh (kružítkem nebo jen dvěma klacíky spojenými provázkem), s výpočtem jeho obsahu a obvodu si dlouho nevěděli rady. Zkuste si sami představit, jak byste ho odvodili s prostředky, které měli staří Řekové!

Řekové na to šli tak, že se snažili kruh a kružnici zjednodušit na jiná tělesa, která již znali. Obvod rovnostranného trojúhelníku je rovný trojnásobku jeho strany, ale zároveň je menší než obvod kružnice trojúhelníku opsané. Obvod čtverce je čtyřnásobek jeho strany, ale zároveň je větší než obvod kružnice jemu vepsané. Z těchto poznatků tedy plyne, že obvod kružnice $o$ je nějaká konstanta $k$, jejíž velikost leží mezi čísly 3 a 4, vynásobená průměrem kružnice $d$, tedy $o = kd$. Pokud využijeme, že průměr kružnice je roven dvojnásobku poloměru $r$, lze obvod kružnice také zapsat jako $o = 2kr$. Že ona konstanta $k$, kterou dneska nazýváme $\pi$, se nachází někde mezi čísly 3 a 4, už byl docela slušný odhad na to, že to bylo před více než 2000 lety, nemyslíte?

Archimédes údajně použil ještě detailnější a přesnější postup. Zjednodušil si kružnici na co největší $n$-úhelník. Takovýto $n$-úhelník opsaný kružnici[3] má větší obvod než kružnice, zatímco vepsaný $n$-úhelník má obvod vůči kružnici menší. 96-úhelník, který Archimédes použil, ho dovedl k výsledku, že $\pi$ leží v intervalu hodnot od 3,1408 do 3,1429, což je výsledek přesnější, než dnes často používaná zaokrouhlená hodnota 3,14. Při výpočtu obsahu kruhu Archimédes zjistil, že jeho obsah $S$ je roven obsahu pravoúhlého trojúhelníka, jehož jedna odvěsna je rovna obvodu kruhu a druhá se rovná poloměru kruhu, neboli

$$S = \frac{(2\pi r)\, r}{2} = \pi r^2 .$$

## *Další zkoumání $\pi$ a kruhů*

Archimédova nejznámější věta „Neruš mé kruhy!“ dokazuje, jak moc byli řečtí matematici fascinováni kruhem. Zájem o kruh a o onu zvláštní konstantu $\pi$ však neskončil v této době. Ludolf van Ceulen, německý matematik, po němž se někdy číslu $\pi$ říká Ludolfovo číslo, strávil značnou část života přemýšlením o kruhu a s použitím stejné metody jako Archimédes spočítal hodnotu $\pi$ s přesností na dvacet desetinných míst. Dnes již víme, že číslo $\pi$ je tzv. iracionální číslo, což znamená, že má nekonečný neperiodický desetinný rozvoj, tedy že nelze zapsat zlomkem. Číslo $\pi$ tedy nikdy nebudeme znát celé. Avšak i navzdory tomu se v dnešní době stále počítají jeho nová a nová desetinná místa. Jejich znalost nepřináší žádný praktický užitek, protože výpočty s $\pi$ s mnoha desetinnými místy budou jen zanedbatelně přesnější.

Ale i přesto lze nalézt nadšence, kteří hodnotu $\pi$ neustále zpřesňují. Totiž i samotné hledání efektivnějších a rychlejších postupů na výpočet $\pi$ přináší matematikům hodně nových poznatků.

Dnes známe $\pi$ s přesností na 2 e15 desetinných míst a jen zaznamenání toho čísla by zabralo víc než 1 000 TB paměti. Číslo $\pi$ je tak populární, že byl vymyšlen dokonce i den pí, který vychází na 14. března (neboli 3. 14. v anglosaském způsobu zápisu data).

[3] Tzn. kružnice je tomuto $n$-úhelníku vepsaná.

Pro praktické výpočty úplně postačuje si zapamatovat přibližnou hodnotu π jako 3,14. Dostatečně přesné je i vyjádření zlomkem jako 22/7 (nebo trochu přesněji 355/113).

Další důvod popularity tohoto čísla je, že – protože je nekonečné a neopakující se – jsou v něm ukryty naprosto všechny možné číselné kombinace. Tedy, zakódujeme-li abecedu do dvojmístných čísel, můžeme v něm najít jakoukoliv knihu, která byla napsána, budeme-li hledat dostatečně dlouho.

## *Úhly a radiány*

Další věc, která souvisí s kružnicemi, jsou úhly. Je očividné, že právě kruh svírá plný úhel, tedy maximální možnou hodnotu úhlu. Mohli bychom si tedy definovat jeho hodnotu jako jednotkový úhel, ale to by se těžko vyjadřovaly ostatní úhly. Vlastně bychom si mohli zvolit jakékoliv číslo a popsat pomocí tohoto čísla i zbylé, menší úhly. Proč se tedy používá jako jednotka úhlu stupeň a plný úhel má 360°?

Jeden z důvodů, proč byl plný úhel zaveden zrovna jako 360°, je jeho praktičnost. Číslo 360 je lehce dělitelné mnoha čísly, takže části plného úhlu se jednoduše vyjadřovaly v celočíselných stupních. Dříve se také používala šedesátková soustava, také proto, že si lidé mysleli, že rok má 360 dní. Pak 1° byla dráha, kterou opsalo Slunce za 1 den.

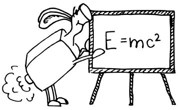
Kromě stupňů ale existuje i jiná, v mnohých směrech elegantnější úhlová stupnice, jejíž jednotkou jsou radiány. Jeden radián je definován jako úhel kruhu, jehož oblouk bude mít stejnou délku jako jeho poloměr. To je ekvivalentní s tvrzením, že plný úhel je 2π radiánů. Takto jednoduchý vztah je i důvodem, proč se tato jednotka používá. Na to, abychom spočítali délku kružnicového oblouku, stačí poloměr kružnice vynásobit daným úhlem v radiánech.

Radiány se značí značkou rad. Překvapivé ale je, že jednotka radián nemá ve fyzice žádné opodstatnění, a tak se jejich značení moc nepoužívá a jednoduše se vynechá. Proto, například když mluvíme o otáčivém pohybu, je jednotka úhlové rychlosti jednoduše $\mathrm{s}^{-1}$. Ve skutečnosti je její jednotka $\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$.

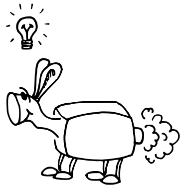
## *Shrnutí*

Již starověcí Řekové přišli na to, že obvod kruhu se spočítá jako $o = 2\pi r$ a jeho obsah jako $S = \pi r^2$. Číslo π ale neuměli přesně vyčíslit. Dnes ho již dokážeme vypočítat velmi přesně pomocí počítačů.

Pro popsání velikosti úhlu se používají dvě hlavní jednotky – stupně, kdy plný úhel má 360°, a radiány, kdy plný úhel má 2π rad. Stupně lze používat, ale ve fyzice se častěji používají radiány. Nebuďte tedy překvapeni, když někde uvidíte např. „funkce sinus je definována pro úhly π/2 do 3π/2“, protože čísla π/2 a 3π/2 jsou velikosti úhlů vyjádřené v radiánech.




# *Řešení IV. série*



## Úloha IV.1 ... Záhadný fix

5 bodů; průměr 4,28; řešilo 18 studentů

*Andřejka při kreslení Výfučka přemýšlela, z jakých barev se skládá její černý fix. Spolu se zadáním Vám posíláme pět vzorků*[4] *Andřejčiny fixy na savém papíře. Pomůžete jí zodpovědět její otázku? Do řešení nezapomeňte uvést i postup, jak jste jednotlivé barvy zjistili.*

Při pohledu na vzorek nás napadne, že by bylo možné využít savosti papíru. Na talířek odlijeme malé množství vody a konec pijáku s černou čárkou opatrně položíme tak, aby se konec právě dotýkal vodní hladiny. Voda začne postupně procházet papírem a s sebou strhávat i jednotlivé složky barvy fixu. Když voda dovzlíná až téměř k druhému konci papírku, odebereme zdroj vody a papírek necháme vyschnout. Černá čárka se nám rozložila na jednotlivé složky. Lze vidět černou, zelenou, modrou či červenofialovou, při bystrém pohledu i jasně žlutou a červenou barvu téměř u konce, kam až voda dosáhla.

Alternativně lze místo vody použít líh (případně kombinaci obou) a z černé čárky se nám viditelně oddělí i červená a žlutá složka.

***Tereza Uhlířová***
`teri@vyfuk.mff.cuni.cz`

## Úloha IV.2 ... Křížaly

4 body; průměr 3,58; řešilo 76 studentů

*Pavla měla doma* 10 kg *jablek, a protože má velice ráda křížaly (sušená jablka), usmyslela si, že všechna jablka usuší. Rozkrájela je tedy na tenké plátky a nechala je pořádně proschnout. Když jablka vyschla, Pavla zjistila, že má pouze* 4 kg *křížal. Bylo jí hned jasné, že je to způsobeno odpařením vody z jablek. Jelikož je velmi zvídavá, rozhodla se spočítat, kolik váží voda, která v křížalách zbyla. Pomůžete to Pavle spočítat, jestliže víte, že před sušením voda v jablkách tvořila* 80 % *jejich hmotnosti?*

Z výchozího stavu víme, že voda tvořila 80 % hmotnosti celých jablek. Z této informace můžeme vypočítat hmotnost vody $m_\mathrm{v}$ v jablkách před vysušením pomocí trojčlenky. Víme, že 100 % hmotnosti bylo $M = 10\,\mathrm{kg}$:

$$\frac{m_\mathrm{v}}{80\,\%} = \frac{M}{100\,\%} \quad \Rightarrow \quad m_\mathrm{v} = 10\,\mathrm{kg} \cdot \frac{80\,\%}{100\,\%} = 8\,\mathrm{kg}\,.$$

Hmotnost jen jablečné hmoty $m_\mathrm{j}$ je tudíž rozdíl původní hmotnosti a hmotnosti vody:

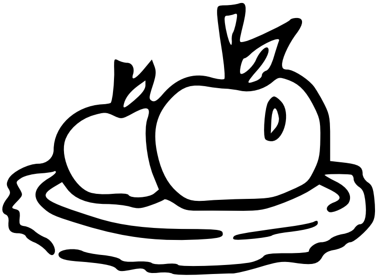
$$m_\mathrm{j} = M - m_\mathrm{v} = 10\,\mathrm{kg} - 8\,\mathrm{kg} = 2\,\mathrm{kg}\,.$$

Hmotnost jablečné hmoty zůstává před i po vysušení jablek konstantní, jelikož při sušení se vypařuje z jablek jen voda, zmenšuje se tak pouze hmotnost vody.

[4] Pět vzorků jsme poslali pouze řešitelům ze šestých a sedmých ročníků. Ostatním řešitelům jsme poslali pouze jeden vzorek na vyzkoušení, jelikož úloha je určena pouze pro mladší řešitele.

Když víme, že po usušení jablka vážila 4 kg a 2 kg z toho byla jablečná hmota, voda musela vážit zbývající $m'_\mathrm{v} = 4\,\mathrm{kg} - 2\,\mathrm{kg} = 2\,\mathrm{kg}$.

***Petra Štefaníková***
petras@vyfuk.mff.cuni.cz



## Úloha IV.3 ... Lanoběžec

4 body; průměr 3,29; řešilo 62 studentů

*Kuba se přihlásil do silácké soutěže. Jednou z disciplín byl běh na pružném laně s jednoduchými pravidly: přivázat si lano, jehož jeden konec byl pevně uchycen v držáku, kolem pasu a doběhnout co nejdál od držáku. Jak daleko Kuba doběhl, pokud dokáže při běhu vyvinout maximální sílu* $1\,\mathrm{kN}$*? Klidová délka lana je* $25\,\mathrm{m}$ *a má tuhost* $220\,\mathrm{N{\cdot}m^{-1}}$*. Délku lana potřebnou k přivázání zanedbejte.*

Pokud zanedbáme délku lana potřebnou k uvázání, uběhne Kuba 25 m, aniž by musel lano jakkoliv natahovat. Poté se začne lano napínat a začne na Kubu působit silou, jejíž velikost je dána Hookovým zákonem, který lze zapsat ve tvaru:

$$F = -k\Delta x\,,$$

kde $F$ je síla, kterou působí lano na Kubu, $k$ je jeho tuhost a $\Delta x$ je změna délky lana oproti klidové délce (tzn. jeho prodloužení). Záporné znaménko značí, že síla, kterou působí lano na Kubu, má opačný směr, než jakým směrem se lano prodlužuje. Protože síla, kterou působí lano na Kubu, je reakce na sílu, kterou Kuba lano napíná, a Kuba dokáže lano napínat maximálně silou $F = 1\,\mathrm{kN} = 1\,000\,\mathrm{N}$, bude maximální změna délky lana určena jako

$$\Delta x = \frac{F}{k} = \frac{1\,000\,\mathrm{N}}{220\,\mathrm{N{\cdot}m^{-1}}} \doteq 4{,}55\,\mathrm{m}\,.$$

Pokud k tomu přičteme ještě původní délku lana, zjistíme, že Kuba uběhl přibližně vzdálenost $25\,\mathrm{m} + 4{,}55\,\mathrm{m} = 29{,}55\,\mathrm{m}$.

***Kateřina Rosická***
kacka@vyfuk.mff.cuni.cz

## Úloha IV.4 ... Výkonné Slunce

7 bodů; průměr 5,04; řešilo 50 studentů

*Družice na zemské oběžné dráze změřily, že výkon slunečního záření, které dopadá na plochu jeden metr čtvereční (tzv. solární konstanta), je v okolí Země* $k = 1\,361\,\mathrm{W/m^2}$. *Dále se družicím povedlo změřit vzdálenost Země od Slunce, která činí* $s = 149{,}6 \cdot 10^6\,\mathrm{km}$.

(a) *Spočítejte, jaký je výkon celého Slunce, předpokládáte-li, že Slunce vyzařuje energii rovnoměrně do celého prostoru a energie se při šíření vesmírem nikde neztrácí.*

(b) *Astronomům se z mnoha měření povedlo zjistit, že průměr Slunce je* $d = 1\,390\,000\,\mathrm{km}$. *Navíc se jim ale povedlo zjistit, že intenzita záření a povrchová teplota hvězd spolu souvisí prostřednictvím vztahu*

$$I = \sigma T^4\,,$$

*kde* $I$ *je intenzita záření*[5] *hvězdy na jejím povrchu,* $T$ *je termodynamická teplota (v kelvinech) na povrchu hvězdy a* $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-4}}$ *je Stefanova-Boltzmannova konstanta. Dokážete podle výsledků z předchozího bodu určit teplotu na povrchu Slunce?*

Nejdříve ze všeho se podívejme, jak se vůbec takové sluneční záření ve vesmíru šíří. Světlo tvoří velkou část slunečního záření,[6] obrázek o šíření slunečního záření si můžeme udělat tedy pomocí něj. Jak nám zadání říká, světlo se šíří rovnoměrně do všech směrů, v prostoru bude tedy světlo vyzářené za jednotku času rozprostřeno rovnoměrně na povrch koule obepínající Slunce.

Je zjevné, že s rostoucí vzdáleností od Slunce bude růst i povrch uvažované koule. Změříme-li v nějaké vzdálenosti od Slunce výkon jeho záření dopadající na plochu o velikosti jednoho metru čtverečního, dostaneme intenzitu slunečního záření v dané vzdálenosti. Uděláme-li to samé měření v jiné, menší vzdálenosti $R$ od Slunce, intenzita záření bude v této vzdálenosti větší, protože vyzářená sluneční energie se rozkládá na kouli s menším povrchem.

Protože ale víme, že celkový výkon procházející celou pomyslnou koulí se nikde neztrácí, musí být oba celkové výkony vztažené na celý povrch koulí stejné a rovné celkovému výkonu Slunce. Můžeme tedy psát, že

$$P = IS = 4\pi R^2 I\,,$$

kde $I$ je intenzita slunečního záření a $S = 4\pi R^2$ je povrch příslušné kulové slupky.

V případě, že $R = s = 149{,}6 \cdot 10^6\,\mathrm{km}$, je hodnota intenzity slunečního záření rovna solární konstantě $k$. Můžeme tedy psát

$$P = k \cdot 4\pi s^2 = 1\,361\,\mathrm{Wm^{-2}} \cdot 4\pi \left(149{,}6 \cdot 10^9\,\mathrm{m}\right)^2 \doteq 3{,}83 \cdot 10^{26}\,\mathrm{W}\,.$$

Výkon Slunce je tedy $P = 3{,}83 \cdot 10^{26}\,\mathrm{W}$.

Ve druhé části úlohy máme za úkol spočítat teplotu na povrchu Slunce. Nejdříve si spočítáme intenzitu záření na povrchu Slunce – do předchozího vzorečku tak stačí dosadit správná čísla:

$$P = IS \quad \Rightarrow \quad I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi\,(d/2)^2}\,,$$

kde $d$ je poloměr Slunce. Jelikož jsme byli hodní a poskytli jsme vzoreček pro výpočet povrchové teploty ze známé intenzity, po dosazení dostáváme

$$\sigma T^4 = \frac{P}{4\pi\,(d/2)^2} \quad \Rightarrow \quad T = \sqrt[4]{\frac{P}{4\pi\,(d/2)^2\,\sigma}}\,.$$

[5] Intenzita záření na povrchu je definována jako výkon hvězdy děleno její povrch.

[6] Mezi další části patří ultrafialové a infračervené záření, rádiové a mikrovlnné vlny a další.

Vyčíslení ve správných jednotkách dává

$$T = \sqrt[4]{\frac{3{,}83 \cdot 10^{26}\,\mathrm{W}}{4\pi \cdot (1{,}39 \cdot 10^{9}\,\mathrm{m}/2)^2 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-4}}}} \doteq 5\,780\,\mathrm{K}\,.$$

Teplota na povrchu Slunce je tedy zhruba 5 780 K.

***Jakub Sláma***
slama@vyfuk.mff.cuni.cz

## Úloha IV.5 ... Přehrada

7 bodů; průměr 5,10; řešilo 39 studentů

*Denisa si v létě zajela na výlet k přehradě. Při její prohlídce si přečetla, že kruhová výpust přehrady se nachází v hloubce $h = 50\,\mathrm{m}$ pod úrovní hladiny vody v přehradě. Denisu překvapilo, jak bouřlivě voda z výpusti vytéká, a tak se začala zamýšlet nad tím, jestli lze výtokovou rychlost vody vypočítat.*

*Denisa přišla na to, že neustálé odtékání vody z přehrady při neměnné výšce hladiny si lze představit i tak, jakoby se voda přitékající na hladinu najednou „teleportovala“ do výpusti.*[7]

*(a) Představte si, že se takto teleportuje objem vody $V$. Pomocí tohoto objemu, hustoty vody $\varrho$, výšky $h$ a tíhového zrychlení $g$ vyjádřete změnu potenciální energie $E_\mathrm{p}$ tohoto objemu.*

*(b) Denisa zjistila, že asi $k = 63\,\%$ z této energie se promění na energii kinetickou. S pomocí tohoto poznatku nejdříve vyjádřete rychlost vody ve výpusti $v$ pomocí veličin $\varrho$, $h$, $k$, $g$ a $V$ (není potřeba použít všechny), a pak rychlost vody vypočítejte i číselně.*

*(c) Řeka, která do přehrady přivádí veškerou vodu, má v létě průtok $Q = 10\,\mathrm{m^3{\cdot}s^{-1}}$. Inženýři při stavbě přehrady ale počítali s tím, že na jaře, kdy řeka může mít průtok i $50Q$, bude mít výpust dostatečný průměr na to, aby voda pořád odtékala rychlostí $v$. Jaký je tento průměr?*

a) Polohová či potenciální energie se spočítá jako $E_\mathrm{p} = mhg$, kde $m$ je hmotnost tělesa, $h$ je jeho výška od nulové hladiny (tj. místo, od něhož měříme, v jaké výšce se těleso nachází) a $g$ je tíhové zrychlení. My chceme vypočítat změnu této energie, když voda klesne o $h = 50\,\mathrm{m}$. Hmotnost vody o daném objemu $V$ zjistíme snadno pomocí vzorce pro hustotu $\varrho = m/V$, kde hustota vody je přibližně $\varrho = 1\,000\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$:

$$E_\mathrm{p} = mhg = \varrho V hg\,.$$

b) Víme, že ve výpusti se energie potenciální přeměňuje na energii kinetickou, ale nepřemění se všechna (jen $k = 63\,\%$ z celkové $E_\mathrm{p}$). Takže platí

$$E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}mv^2 = kE_\mathrm{p}\,.$$

Ze vzorce si vyjádříme rychlost $v$:

$$\frac{1}{2}mv^2 = kmhg \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2khg}\,.$$

[7] Ve skutečnosti je dynamika odtékání vody komplikovanější, nicméně tento jednoduchý model nám bohatě postačí.

V tomto vzorci jsou nám všechny veličiny na pravé straně známé, stačí jen dosadit v základních jednotkách:

$$v = \sqrt{2 \cdot 0{,}63 \cdot 50\,\mathrm{m} \cdot 10\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}} \doteq 25{,}1\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}\,.$$

c) Nyní je třeba trochu si pohrát se vzorcem pro výpočet průtoku $Q = V/t$ ($V$ je objem vody, který proteče ústí výpusti za čas $t$). Objem $V$ si představme jako plochu neboli obsah $S$ výpusti násobenou délkou proudu $l$, který projde výpustí za čas $t$. Je tedy jasné, že délka $l$ a čas $t$ spolu souvisí a můžeme z nich utvořit rychlost $v$, což je právě rychlost, kterou jsme počítali v předchozím bodě. Po postupných úpravách dostáváme

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{Sl}{t} = Sv\,.$$

Teď nám už jen zbývá rozepsat obsah v závislosti na průměru kruhové výpusti. Použijeme tedy vzorec pro plochu kruhu $S = \pi r^2$, kde $r = d/2$ je poloměr výpusti, tedy polovina průměru $d$, který hledáme. Zbývá tyto úpravy zakomponovat do výsledného vzorce. Nesmíme rovněž zapomenout, že voda dosahuje rychlosti $v$ při padesáti násobku běžného průtoku $Q$:

$$50Q = Sv = \pi r^2 v = \pi \frac{d^2}{4} v \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{\frac{4 \cdot 50Q}{\pi v}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 50 \cdot 10\,\mathrm{m^3{\cdot}s^{-1}}}{\pi \cdot 25{,}1\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}}} \doteq 5\,\mathrm{m}\,.$$

Výpust tedy musí mít průměr asi 5 m.

***Pavla Trembulaková***
`pavlat@vyfuk.mff.cuni.cz`

## Úloha IV.E ... Skleničky

8 bodů; průměr 4,09; řešilo 53 studentů

*Zajisté jste již slyšeli, že na tenkostěnnou skleničku lze „hrát“.*[8] *Výška tónu, který sklenička vydává, je daný zejména tloušťkou a tvarem skleničky, ale také množstvím nápoje, který se v skleničce nachází. Nás by velmi zajímalo, jak závisí výška tónu na tom, kolik do skleničky nalijete vody. Od rodičů si tedy půjčte tenkostěnnou skleničku a pro několik výšek vody zkuste skleničky rozezvučet. Pak odpovězte na tyto otázky:*

*(a) Seřaďte jednotlivá „měření“ podle výšky tónu. Je mezi výškou hladiny v skleničce a výškou tónu nějaká souvislost?*

*(b) Hraje prázdná sklenička nejhlubším, nebo nejvyšším tónem?*

*(c) Změřte, pro jakou výšku hladiny vody v skleničce se vám již nepovede skleničku rozezvučet. Měření několikrát zopakujte a výslednou výšku hladiny vydělte výškou hladiny, když je sklenička naplněná až po okraj.*

*Chcete-li výšky tónů měřit opravdu vědecky, nainstalujte si volně šiřitelný program pro zpracování zvuků Audacity.*[9]

[8] Kdo hrající skleničku neslyšel, pusťte si video: `https://youtu.be/9iSsaKnPmLM`.

[9] Po nahrání zvuku do programu se vám v programu zobrazí zaznamenaná stopa. Pomocí tlačítka „Delete“ ořežte od stopy nechtěné části záznamu (např. začátek a konec), a pak v horním menu klikněte na „Analyzovat“ → „Zobrazit spektrum“. Zobrazí se vám graf závislosti intenzity signálu (v decibelech) na frekvenci (v hertzích). Program stahujte na stránce `http://audacityteam.org/download/?lang=cs`.

## Teorie

Přejíždění prstu po okraji sklenice má za následek vznik zvuku. Zvuk, to je *mechanické vlnění* šířící se prostředím (v tomto případě vzduchem nebo vodou). Jednou ze základních vlastností zvuku je jeho frekvence, kterou naše ucho vnímá jako tón. Jistě jste si všimli, že při přejíždění prstu po okraji sklenice začne sklo vibrovat, protože dochází ke tření mezi dvěma povrchy.[10] Ve chvíli, kdy se frekvence vibrací vytvářené vaším prstem budou rovnat *přirozené* (rezonanční) frekvenci vibrací skleničky, sklo se rozkmitá natolik, že uslyšíme zvuk o výšce odpovídající této frekvenci. Proto pokud kroužíme pomalu, nebo naopak hodně rychle, nic neslyšíme. Tomuto jevu říkáme akustická rezonance – sklenice tedy funguje jako *rezonátor*.

Vzpomínaná přirozená frekvence skleničky je závislá například na tvaru skleničky anebo na tloušťce a vlastnostech skla. Čím tlustší (a tvrdší) sklo, tím méně ochotně a pomaleji se sklenička deformuje. Můžeme proto očekávat, že její přirozená frekvence bude menší. Stejný princip se uplatní i tehdy, když do sklenice přidáme vodu. Hmotnost materiálu, který ve skleničce rezonuje, se zvýší. V důsledku toho můžeme očekávat, že sklenice začne po nalití vody rezonovat rovněž na nižších frekvencích. Jinak řečeno, tón, který uslyšíme, bude nižší.

V realitě je situace ale ještě trochu komplikovanější. Ti z vás, kteří použili na analýzu zvuku program Audacity, vědí, že zvuk, který slyšíme, se skládá z více frekvencí. Výsledný tón se skládá z vícero dílčích *harmonických* frekvencí. Avšak, samotnou výšku tónu udává pouze (nejnižší) základní frekvence – podle tohoto právě určujeme, o který tón se jedná. Ostatní vyšší frekvence jsou označovány za *vyšší harmonické* a určují výsledný sluchový dojem (neboli barvu tónu).[11]

## Postup práce

Před samotným měřením je vhodné umýt skleničky i ruce nějakým saponátem, abychom odstranili z rukou přirozenou mastnotu, která by zkreslovala výsledky našeho měření. My jsme experiment prováděli se dvěma skleničkami. Jedna z nich byla vysoká $13{,}5\,\mathrm{cm}$ a tlustá $1\,\mathrm{mm}$. Druhá byla vysoká $7{,}5\,\mathrm{cm}$ a tlustá $2\,\mathrm{mm}$. Výšku hladiny jsme vždy změřili pomocí pravítka. Třením prstu o okraj skleničky jsme ji rozezvučeli a zvuk jsme analyzovali v doporučeném programu Audacity.

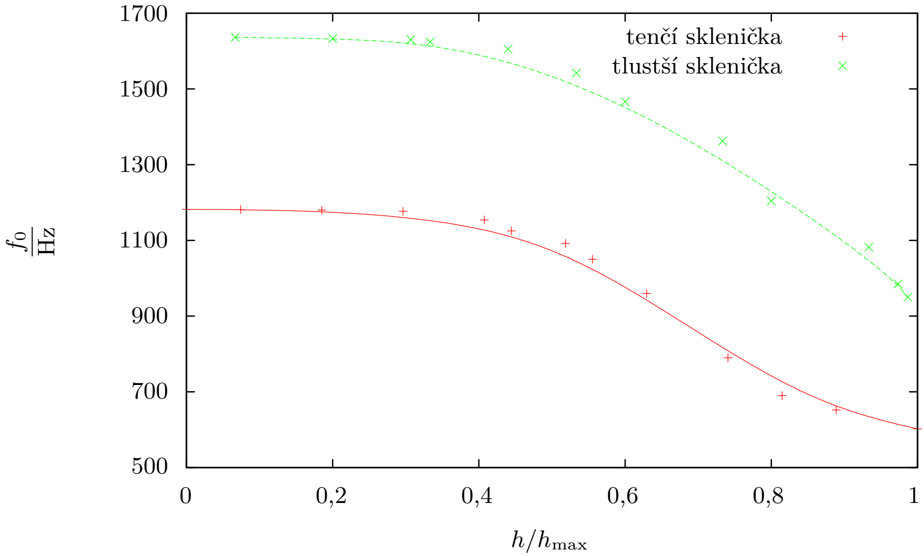
Ve spektru bylo vždy třeba hledat ten základní tón, který byl představován nejvýraznějším „peakem“ ve spektru. Ostatní peaky jsou vyšší harmonické frekvence. K analýze jsme použili rovněž i mobilní aplikace Audio meter, která ukazuje přímo základní frekvenci a vyšší harmonické potlačuje. Měření jsme zopakovali dvanáctkrát pro tlustší sklenici a třináctkrát pro tenčí sklenici.

## Naměřené hodnoty

Naměřená data jsme zanesli do grafu závislosti základní frekvence zvuku na výšce hladiny vody ve skleničce. Abychom se v grafu lépe orientovali, body jsme přibližně proložili hladkou křivkou.

[10] Na podobném principu pracují i smyčcové hudební nástroje; ze stejného důvodu slyšíme pak zvuk i při brzdění aut apod.

[11] Proto jinak zní stejný tón, který vydává kytara nebo klavír a my můžeme z poslechu určit, o který hudební nástroj se jedná.




Obr. 1: Graf závislosti frekvence zvuku na relativní výšce hladiny

## *Chyby měření*

Možné chyby se určitě objevily v nepřesném měření výšky hladiny. Audacity má v analýze taktéž nějakou odchylku. Zvuk vyluzovaný skleničkou měl proměnnou frekvenci.

## *Závěr*

Na závěr můžeme odpovědět na otázky v zadání. Čím vyšší byla hladina ve skleničce, tím nižší byla hladina tónu. Znamená to, že prázdná sklenička hraje nejvyšším tónem a plná zase nejnižším.

Třetí úloha byla záludná, protože jak jste všichni experimentálně potvrdili, skleničku lze rozezvučet při jakékoliv výšce hladiny (můžete dodatečně zkusit, že sklenička bude hrát i ponořená do vody).

## *Poznámky k došlým řešením*

Přestože jste většinou všichni odpověděli dobře na otázky ze zadání, vaše řešení byla na dost odlišné úrovni. Proto jsem nemohla dát příliš mnoho bodů jen za samotné odpovědi na tyto otázky. K získání plného počtu bodů bylo potřeba alespoň stručně nastínit teorii, která se skrývá za experimentem. Dále bylo potřeba okomentovat postup měření a především graficky zpracovat data (tedy vytvořit graf). Pamatujte si, že plného počtu za experiment dosáhnete, pokud splníte všechny body, které experimentální úloha požaduje – teorii, postup měření, zpracování dat, chyby měření a závěr.

Vaše řešení by se tedy strukturou i samotným obsahem mělo blížit tomu vzorovému. Několika z vás se to povedlo, proto jsem jejich řešení ohodnotila maximálním počtem bodů. Většina z vás by ale na tento plný počet také dosáhla, stačilo jen na řešení více zapracovat a splnit výše zmíněné podmínky. Pamatujte na to i při řešení dalších experimentálních úloh. Nestačí pouze naměřit / odpovědět / splnit úkol ze zadání. Je třeba popsat i další náležitosti, které každý experiment musí mít.

***Kateřina Stodolová***
katas@vyfuk.mff.cuni.cz

## Úloha IV.C ... Stavebnice

7 bodů; průměr 4,97; řešilo 58 studentů

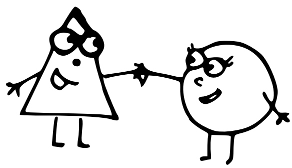
*Radka zahájila na půdě úklid, při kterém našla starou stavebnici. Zjistila, že dílky stavebnice jsou různé geometrické útvary. Nejvíce tam bylo trojúhelníků se stranami dlouhými* 3 cm, 4 cm *a* 5 cm.

(a) *Kolik těchto trojúhelníkových dílů se vejde na čtvercový plán o rozměrech* $24\,\mathrm{cm} \times 24\,\mathrm{cm}$ *tak, aby se trojúhelníky nepřekrývaly?*

(b) *Radka našla i trojúhelníky s dvojnásobnými rozměry. Kolikrát méně těchto větších útvarů se jí povede uložit na stejně velký plán?*

(c) *Protože kousků v Radčině stavebnici bylo málo, chtěla si z papíru vyrobit další hezké útvary. Pod hezkým útvarem si Radka představuje středově a zároveň osově symetrický útvar. Navrhněte alespoň tři útvary, které splňují tyto podmínky symetrie, a nakreslete osu i střed jejich souměrnosti.*

(d) *Nakonec Radka prozkoumala všechny části stavebnice a našla také rovnoramenný lichoběžník, jehož strany vyjádřeny v centimetrech jsou celá čísla a jehož obsah je* $36\,\mathrm{cm}^2$. *Jaké mohou být délky stran Radčina lichoběžníku?*



(a) Protože pro délky stran platí $(5\,\mathrm{cm})^2 = (3\,\mathrm{cm})^2 + (4\,\mathrm{cm})^2$ (Pythagorova věta), trojúhelníky Radčiny stavebnice jsou pravoúhlé. Jeden trojúhelník má tak obsah rovný polovině součinu odvěsen, tj.

$$S_\mathrm{t} = \frac{3\,\mathrm{cm} \cdot 4\,\mathrm{cm}}{2} = 6\,\mathrm{cm}^2\,.$$

Obsah čtvercového plánu je $S_\mathrm{p} = 24\,\mathrm{cm} \cdot 24\,\mathrm{cm} = 576\,\mathrm{cm}^2$. Vydělíme-li obsah plánku obsahem jednoho trojúhelníka, dostáváme $S_\mathrm{p}/S_\mathrm{t} = 576\,\mathrm{cm}^2/6\,\mathrm{cm}^2 = 96$. Celé číslo ale ještě *neznamená*, že se na plánek i tolik trojúhelníků vejde. Výsledek nám pouze říká, kolik trojúhelníků se na plánek vejde, pokryjí-li trojúhelníky beze zbytku celý plánek.
Jednoduchý postup, jak zjistit, zda-li je toto rozmístění možné, spočívá v tom, že trojúhelníky spárujeme do dvojic. Dva trojúhelníky s dotýkající se přeponou totiž vytvoří obdélník

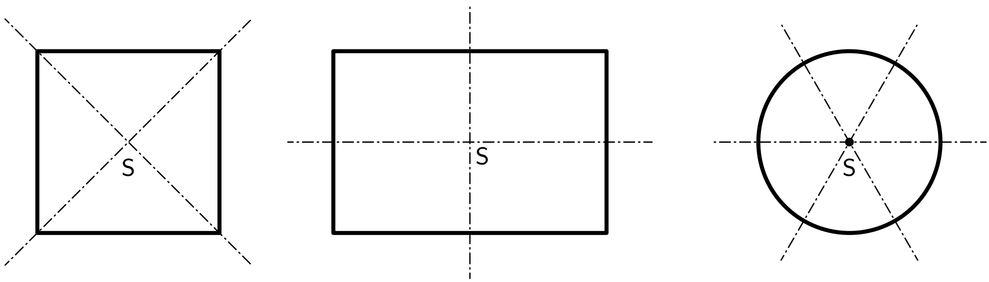
se stranami 3 cm a 4 cm, které jednoduše umíme ukládat těsně vedle sebe. S pomocí obrázku anebo s poznatkem, že délka strany plánku je dělitelná oběma rozměry obdélníku zjistíme, že na plánek se vejde přesně $8 \cdot 6 = 48$ obdélníků, tzn. $2 \cdot 48 = 96$ trojúhelníků.

(b) Z pravidel podobnosti víme, že odvěsny větších trojúhelníků jsou dvakrát tak velké jako délky odvěsen původních trojúhelníků. Spojíme-li dva trojúhelníky podobně jako v předchozím bodě, vytvoří obdélník, jehož strany budou dvakrát tak velké, než v předchozím bodě. Nově vytvořených obdélníků se na plánek tedy nevejde $8 \times 6$, nýbrž $4 \times 3$, tedy celkem $4 \cdot 3 = 12$.
Na plánek se tedy vejde

$$k = \frac{96}{2 \cdot 12} = \frac{96}{24} = 4$$

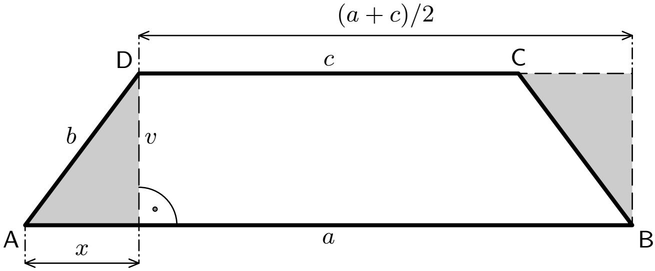
krát méně větších trojúhelníků. Tento výsledek odpovídá i faktu, že větší trojúhelník má čtyřikrát větší obsah, než trojúhelník s polovičními délkami stran.

(c) Ve Výfučtení si můžeme přečíst, že středovou symetrii mají takové útvary, jež mají dvě na sebe kolmé osy souměrnosti.
Dříve, než popustíme uzdu fantazii, zkusíme takové útvary najít mezi útvary z Výfučtení. Tak řečeno „zdarma“ zde nacházíme osově i středově souměrný čtverec. Ten má dvě osy souměrnosti procházející jeho vrcholy. Střed souměrnosti se nachází v jejich průsečíku, viz obrázek 2.
Další, velmi podobný útvar, je obdélník. Na rozdíl od textu Výfučtení, kde jsme ukázali, že obdélník není osově souměrný podle osy splývající s jednou z úhlopříček, si nyní všimneme os procházejících středy jeho stran. Tyto osy jsou osy souměrnosti (vyzkoušejte si), ale navíc jsou na sebe kolmé. To znamená, že obdélník je rovněž středově souměrný.
Poslední útvar, který splňuje podmínku ze zadání, je například kružnice. Ta vyniká v tom, že je osově souměrná podle „libovolné“ osy procházející středem kružnice. Není proto divu, že z této množiny os lze vybrat dvě osy, které jsou na sebe kolmé. Ty se samozřejmě protínají ve středu kružnice, což je tedy zároveň i střed její bodové souměrnosti.




Obr. 2: Středově symetrické útvary. Střed symetrie je vyznačen jako bod S.

(d) Rovnoramenný lichoběžník (viz obrázek 3) si můžeme představit jako obrazec složený z obdélníku (zde se stranami $c$ a $v$) a ze dvou shodných pravoúhlých trojúhelníků. Když jeden z trojúhelníků přesuneme (viz obrázek 3), dostáváme obdélník se stranami $(a + c)/2$ a $v$.
Ze zadání víme, že všechny strany lichoběžníku $a$, $b$ a $c$ vyjádřeny v centimetrech jsou celá čísla. Navíc, pro jeho obsah platí $36\,\mathrm{cm}^2 = (a + c)v/2$, takže pro jednoduchost můžeme očekávat, že i výška $v$ bude vyjádřena v centimetrech jako celé číslo.




Obr. 3: Náčrt rovnoramenného lichoběžníku

V obrázku vidíme i to, že výška $v$ je (celočíselnou) odvěsnou pravoúhlého trojúhelníka s celočíselnou přeponou $b$. Z Výfučtení víme, že celočíselnost speciálně všech stran pravoúhlého trojúhelníku je splněna třeba pro pythagorejské trojúhelníky. Jedním z nich je trojúhelník se stranami dlouhými 3 cm, 4 cm a 5 cm.

Zamysleme se, jestli takovýto trojúhelník je v námi hledaném lichoběžníku přípustný. Víme, že obsah tohoto trojúhelníka je $(3\,\mathrm{cm} \cdot 4\,\mathrm{cm})/2 = 6\,\mathrm{cm}^2$, tzn. i jeho dvojnásobek[12] má menší obsah než obsah celého lichoběžníku.

Uvažujme tedy $b = 5\,\mathrm{cm}$, $v = 3\,\mathrm{cm}$ (a logicky $x = 4\,\mathrm{cm}$). Z podmínky pro obsah máme

$$S = \frac{(a+c)v}{2} \quad \Rightarrow \quad a + c = \frac{2S}{v} = \frac{2 \cdot 36\,\mathrm{cm}^2}{3\,\mathrm{cm}} = 24\,\mathrm{cm}\,.$$

Navíc z obrázku 3 plyne $a = c + 2x$, takže dostáváme

$$24\,\mathrm{cm} = a + c = 2c + 2x \quad \Rightarrow \quad c = \frac{24\,\mathrm{cm} - 2x}{2} = \frac{24\,\mathrm{cm} - 2 \cdot 4\,\mathrm{cm}}{2} = 8\,\mathrm{cm}\,,$$

a tedy $a = 8\,\mathrm{cm} + 2 \cdot 4\,\mathrm{cm} = 16\,\mathrm{cm}$. Hledaný lichoběžník má tedy rozměry $a = 16\,\mathrm{cm}$, $b = 5\,\mathrm{cm}$ a $c = 8\,\mathrm{cm}$.

Toto ale není jediné řešení, které nám předpoklad o pythagorejském trojúhelníku poskytuje. Můžeme totiž ještě zvolit $b = 5\,\mathrm{cm}$, $v = 4\,\mathrm{cm}$ a $x = 3\,\mathrm{cm}$. Stejným postupem tedy dostaneme řešení $a = 12\,\mathrm{cm}$, $b = 5\,\mathrm{cm}$ a $c = 6\,\mathrm{cm}$.

Toto sice nejsou prokazatelně všechna řešení, ale zaručeně jsou to ta, která se dala najít nejsnáze. Je možné, že celočíselné $a$, $b$, $c$ lze najít i pro neceločíselnou výšku $v$, respektive pro nepythagorejské pravoúhlé trojúhelníky.

***Marek Božoň***
marek@vyfuk.mff.cuni.cz

***Patrik Švančara***
pato@vyfuk.mff.cuni.cz

[12] V lichoběžníku jsou dva takovéto trojúhelníky.

# Pořadí řešitelů po IV. sérii

## Kategorie šestých ročníků

| | jméno | škola | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | E | C | IV | Σ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | *Student Pilný* | MFF UK | 5 | 4 | 4 | 7 | 7 | 8 | 7 | **42** | **170** |
| **1.** | *Martin Kysela* | G, Český Krumlov | 5 | 4 | 1 | 7 | – | 3 | – | **20** | **109** |
| **2.** | *Dominik Blaha* | G, Uherské Hradiště | 4 | 4 | 4 | 7 | 6 | 8 | 7 | **40** | **100** |
| **3.** | *Patrik Rosenberg* | ZŠ Tuháčkova, Brno | 5 | 4 | 2 | 2 | 1 | 3 | 5 | **22** | **82** |
| **4.** | *Pavel Šimůnek* | ZŠ K. J. Erbena, Miletín | 4 | 3 | – | – | – | 2 | – | **9** | **26** |
| **5.** | *Matyáš Juřica* | ZŠ Valašská Polanka | – | 4 | – | – | – | – | – | **4** | **4** |
| **6.** | *Sára Božoňová* | ZŠ, Dělnická, Karviná | – | – | – | – | – | – | – | **–** | **3** |

## Kategorie sedmých ročníků

| | jméno | škola | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | E | C | IV | Σ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | *Student Pilný* | MFF UK | 5 | 4 | 4 | 7 | 7 | 8 | 7 | **42** | **170** |
| **1.** | *Michal Beránek* | ZŠ a MŠ bratří Fričů Ondřejov | 4 | 4 | 3 | 6 | 7 | 7 | 7 | **38** | **159** |
| **2.** | *Jiří Kohl* | Biskupské G, Brno | 5 | 4 | 4 | 7 | 7 | 7 | 6 | **40** | **146** |
| **3.** | *Ester Galiová* | ZŠ a MŠ Středokluky | 5 | 4 | 2 | 7 | 7 | 2 | 7 | **34** | **127** |
| **4.** | *Kryštof Pravda* | G Mensa, Praha | – | 4 | 3 | 7 | 7 | – | 5 | **26** | **121** |
| **5.** | *Ondřej Valášek* | ZŠ V. Kl. Klicpery, Nový Bydžov | 4 | 3 | 3 | 2 | 5 | 3 | 4 | **24** | **110** |
| **6.** | *Radomír Mielec* | Gymnázium Volgogradská, Ostrava | 5 | 4 | 4 | 6 | – | 4 | 7 | **30** | **99** |
| **7.–8.** | *Adam Krška* | G, Mikulov | 4 | 4 | 4 | 4 | – | 4 | 4 | **24** | **77** |
| **7.–8.** | *Tomáš Kudrnáč* | ZŠ Mozartova, Jablonec n. N. | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | – | – | **16** | **77** |
| **9.** | *Filip Temiak* | G, Český Krumlov | 5 | 4 | 1 | 4 | 0 | 3 | 3 | **20** | **73** |
| **10.** | *Natálie Křivancová* | G, Český Krumlov | 5 | 4 | 3 | 3 | – | – | 6 | **21** | **66** |
| **11.** | *Tomáš Kavena* | Křesťanské G, Kozinova, Praha | – | – | – | – | – | – | – | **–** | **50** |
| **12.** | *Martin Kolovratník* | ZŠ Pardubice - Studánka | – | 4 | 3 | – | – | – | 5 | **12** | **48** |
| **13.–14.** | *Jan Hyžák* | ZŠ Valašská Polanka | 2 | 3 | – | – | – | 3 | 4 | **12** | **38** |
| **13.–14.** | *David Kocian* | ZŠ Dr. Hrubého, Šternberk | 4 | 4 | 0 | 1 | – | 2 | – | **11** | **38** |
| **15.** | *Vojtěch Vincíbr* | První české G, Karlovy Vary | – | 3 | – | 2 | 0 | – | 6 | **11** | **34** |
| **16.** | *Adam Korbel* | ZŠ J. A. Komenského Blatná | 5 | 4 | 3 | 4 | – | – | – | **16** | **33** |
| **17.** | *Luboš Petráň* | ZŠ a ZUŠ České Budějovice | – | 4 | 4 | 5 | – | – | – | **13** | **32** |
| **18.** | *Robert Jaworski* | G Ústavní, Praha | – | 4 | 3 | 7 | – | – | – | **14** | **28** |
| **19.** | *Tomáš Trtík* | ZŠ a MŠ Wolkerova, Havl. Brod | – | – | – | – | – | – | – | **–** | **27** |
| **20.** | *Honza Bartoš* | První české G, Karlovy Vary | – | 4 | 3 | – | – | – | – | **7** | **21** |
| **21.–22.** | *Miroslav Kotsyba* | ZŠ a MŠ Helsinská, Tábor | 5 | – | – | – | – | – | 3 | **8** | **19** |
| **21.–22.** | *Filip Matůš* | ZŠ Valašská Polanka | – | – | – | – | – | – | – | **–** | **19** |
| **23.** | *Isabela Andreevská* | Spec. soukromé G Integra, Brno | – | – | – | – | – | – | – | **–** | **18** |
| **24.** | *Barbora Vosková* | G Legionářů, Příbram | – | – | – | – | – | – | – | **–** | **16** |
| **25.** | *Jakub Dorňák* | ZŠ Valašská Polanka | – | – | – | – | – | – | – | **–** | **14** |
| **26.–28.** | *Jakub Hembera* | G Jindřichův Hradec | – | – | – | – | – | – | – | **–** | **12** |
| **26.–28.** | *Marie Vondrášková* | ZŠ Strýčice, Hluboká nad Vltavou | – | – | – | – | – | – | – | **–** | **12** |
| **26.–28.** | *Anežka Zobačová* | ZŠ Vratislavovo nám., NMnM | 2 | 4 | – | – | – | 1 | – | **7** | **12** |
| **29.** | *Emma Kodyšová* | G Z. Wintra, Rakovník | – | – | – | – | – | – | – | **–** | **11** |
| **30.** | *Monika Bambuchová* | ZŠ Valašská Polanka | – | – | – | – | – | – | – | **–** | **8** |
| **31.** | *Rostislav Jeřábek* | ZŠ Valašská Polanka | – | 4 | – | – | – | – | 3 | **7** | **7** |
| **32.** | *Jakub Tománek* | ZŠ Hošťálková | – | – | – | – | – | – | – | **–** | **1** |

## Kategorie osmých ročníků

| | jméno | škola | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | E | C | IV | Σ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | *Student Pilný* | MFF UK | | 4 | 4 | 7 | 7 | 8 | 7 | **37** | **150** |
| **1.** | *Martina Daňková* | Klasické a španělské G, Brno | – | 4 | 4 | 7 | 7 | 8 | 7 | **37** | **147** |
| **2.** | *Robert Gemrot* | G Komenského, Havířov | – | 4 | 4 | 7 | 7 | 6 | 7 | **35** | **141** |
| **3.** | *Lubor Čech* | G, Mikulov | – | 4 | 3 | 7 | 6 | 4 | 7 | **31** | **129** |
| **4.** | *Marco Souza de Joode* | G Nad Štolou, Praha | – | 3 | 4 | 7 | 5 | 5 | 5 | **29** | **125** |
| **5.** | *Michal Grus* | G Dobruška | – | 4 | 3 | 7 | 5 | 4 | 5 | **28** | **117** |
| **6.** | *Vladimír Chudý* | ZŠ Ronov nad Doubravou | – | 4 | 4 | 5 | 6 | 3 | 6 | **28** | **111** |
| **7.** | *Jiří Zikmund* | ZŠ T. G. Masaryka Třebíč | – | 4 | 3 | 6 | 6 | 4 | 6 | **29** | **103** |
| **8.** | *Julie Rubášová* | Biskupské G, Brno | – | 4 | 4 | 7 | 4 | 4 | 4 | **27** | **97** |
| **9.** | *Filip Řeháček* | Klasické a španělské G, Brno | – | 4 | 3 | 6 | 6 | 3 | 4 | **26** | **88** |
| **10.** | *Karolína Letochová* | G Šternberk | – | 4 | 4 | 1 | – | 5 | 3 | **17** | **78** |
| **11.** | *Filip Holoubek* | G Masarykovo nám., Třebíč | – | 4 | 3 | 1 | 2 | 4 | 1 | **15** | **77** |
| **12.** | *Vojtěch Kuchař* | ZŠ Sobotka | – | 3 | 4 | 7 | 7 | 5 | 4 | **30** | **73** |
| **13.** | *Jan Raja* | G, Nymburk | – | 1 | 4 | – | – | – | 3 | **8** | **63** |
| **14.** | *Jiří Szotkowski* | ZŠ Ve Svahu, Karviná - Ráj | – | – | – | – | – | – | – | – | **62** |
| **15.** | *Tereza Bouberlová* | Biskupské G, České Budějovice | – | – | – | – | – | – | – | – | **61** |
| **16.–17.** | *Ondřej Polanecký* | 1. ZŠ TGM Milevsko | – | 3 | 3 | – | – | 2 | 4 | **12** | **59** |
| **16.–17.** | *Lucie Urbanová* | G Chotěboř | – | 3 | – | – | – | 2 | 4 | **9** | **59** |
| **18.** | *Radim Šafář* | G J. Blahoslava, Ivančice | – | 4 | 3 | – | – | – | 4 | **11** | **48** |
| **19.** | *Eliška Novotná* | G a SOŠPg Jeronýmova, Liberec | – | 4 | 4 | – | 4 | 3 | 4 | **19** | **42** |
| **20.** | *Marek Novák* | G, Písek | – | 4 | 3 | – | – | – | 4 | **11** | **31** |
| **21.** | *Andriy Volvach* | ZŠ Na Smetance, Praha 2 | – | – | – | – | – | – | – | – | **30** |
| **22.–23.** | *Ondřej Man* | ZŠ T. G. Masaryka Jihlava | – | – | – | – | – | – | – | – | **29** |
| **22.–23.** | *Jiří Zinecker* | G Komenského, Havířov | – | – | – | – | – | – | – | – | **29** |
| **24.** | *Jan Antonín Musil* | PORG, Praha | – | – | – | – | – | – | – | – | **28** |
| **25.–26.** | *Bartoloměj Pecháček* | Církevní G, Plzeň | – | – | – | – | – | 7 | – | **7** | **26** |
| **25.–26.** | *Eliška Švecová* | ZŠ V Sadech, Havlíčkův Brod | – | 2 | – | – | – | 3 | 3 | **8** | **26** |
| **27.** | *František Krůs* | Masarykovo G, Plzeň | – | – | – | – | – | – | – | – | **25** |
| **28.** | *Lada Vestfálová* | G a SOŠPg Jeronýmova, Liberec | – | – | – | – | – | – | – | – | **23** |
| **29.** | *Viktor Fukala* | G Jana Keplera, Praha | – | – | – | – | – | – | – | – | **20** |
| **30.** | *Petr Budai* | G a ZŠ G. Jarkovského, Praha | – | – | – | – | – | – | – | – | **16** |
| **31.–32.** | *Jakub Salaj* | G Uničov | – | – | – | – | – | – | – | – | **15** |
| **31.–32.** | *Filip Trhlík* | G J. Škody, Přerov | – | – | – | – | – | – | – | – | **15** |
| **33.** | *Anna Sovová* | Klasické a španělské G, Brno | – | – | – | – | – | – | – | – | **14** |
| **34.** | *Jan Zemek* | ZŠ Valašská Polanka | – | 4 | – | – | – | – | 3 | **7** | **12** |
| **35.** | *Adam Závora* | 15. základní škola Plzeň | – | – | – | – | – | – | – | – | **8** |
| **36.–37.** | *Martin Bencko* | G, Ohradní, Praha-Michle | – | 4 | 0 | 0 | 1 | 2 | 0 | **7** | **7** |
| **36.–37.** | *Pavel Malik* | ZŠ Valašská Polanka | – | 2 | – | – | – | – | – | **2** | **7** |
| **38.–39.** | *Šimon Kovalčík* | ZŠ Valašská Polanka | – | – | – | – | – | – | – | – | **5** |
| **38.–39.** | *Jan Zindr* | ZŠ Poštovní, Karlovy Vary | – | 3 | – | – | – | – | – | **3** | **5** |
| **40.** | *David Zatloukal* | ZŠ Stupkova, Olomouc | – | – | – | – | – | – | – | – | **4** |

## Kategorie devátých ročníků

| | jméno | škola | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | E | C | IV | Σ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | *Student Pilný* | MFF UK | | 4 | 4 | 7 | 7 | 8 | 7 | **37** | **150** |
| **1.** | *Václav Zvoníček* | G Brno, tř. Kpt. Jaroše | – | 4 | 4 | 7 | 7 | 8 | 7 | **37** | **148** |
| **2.** | *Martin Schmied* | G Jihlava | – | 4 | 4 | 7 | 7 | 5 | 7 | **34** | **144** |
| **3.** | *Šimon Brázda* | ZŠ a MŠ Kameničky | – | 4 | 4 | 5 | 6 | 5 | 7 | **31** | **134** |
| **4.** | *Viktor Materna* | G Brno, tř. Kpt. Jaroše | – | 4 | 4 | 7 | 6 | 6 | 7 | **34** | **128** |
| **5.** | *Viktor Vařeka* | G P. Bezruče, Frýdek-Místek | – | 4 | 4 | 7 | 7 | 5 | 7 | **34** | **126** |

| | jméno | škola | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | E | C | IV | Σ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | *Student Pilný* | MFF UK | | 4 | 4 | 7 | 7 | 8 | 7 | **37** | **150** |
| **6.** | *Adam Vavrečka* | G P. Bezruče, Frýdek-Místek | – | 4 | 4 | 7 | 7 | 4 | 7 | **33** | **117** |
| **7.–8.** | *Ondřej Macháč* | ZŠ Mírové náměstí, Hodonín | – | 3 | 4 | 5 | 4 | 5 | 7 | **28** | **110** |
| **7.–8.** | *Filip Wagner* | G Tišnov | – | 4 | 4 | 5 | 5 | 4 | 7 | **29** | **110** |
| **9.** | *Eva Vochozková* | Biskupské G, Brno | – | 3 | 2 | 7 | 7 | 3 | 7 | **29** | **109** |
| **10.–11.** | *Rudolf Líbal* | G Christiana Dopplera, Praha | – | 4 | 4 | 5 | 7 | 3 | 6 | **29** | **107** |
| **10.–11.** | *Aneta Pouková* | ZŠ Horní Čermná | – | 4 | 3 | 1 | 7 | 3 | 6 | **24** | **107** |
| **12.** | *Pavla Rudolfová* | ZŠ Komenského náměstí, Slavkov u | – | 4 | 4 | 3 | 1 | 4 | 5 | **21** | **95** |
| **13.** | *Jindřich Hátle* | ZŠ Amálská, Kladno | – | 4 | 3 | 3 | 6 | 4 | 5 | **25** | **89** |
| **14.** | *Filip Novotný* | G Jihlava | – | 3 | 3 | 6 | 3 | 4 | 7 | **26** | **87** |
| **15.** | *Martin Bína* | G, Moravská Třebová | – | 4 | 4 | 7 | 7 | 3 | 5 | **30** | **85** |
| **16.** | *Miroslav Jarý* | ZŠ Velké Poříčí | – | 3 | 4 | 7 | – | – | – | **14** | **71** |
| **17.–18.** | *Jaroslav Scheinpflug* | ZŠ a MŠ Dobrá Voda u Českých Bud | – | 4 | 4 | – | – | 7 | 2 | **17** | **69** |
| **17.–18.** | *Julie Weisová* | ZŠ Židlochovice | – | 4 | 4 | – | – | 4 | 4 | **16** | **69** |
| **19.** | *Václav Pavlíček* | ZŠ a MŠ Ždírec nad Doubravou | – | 4 | – | – | – | 4 | 5 | **13** | **60** |
| **20.** | *Jan Vondra* | G Týn nad Vltavou | – | 2 | – | – | – | 2 | 2 | **6** | **58** |
| **21.** | *Karel Šebela* | Katolické gymnázium Třebíč | – | – | – | – | – | – | – | – | **56** |
| **22.** | *Michal Suk* | ZŠ Svisle, Přerov, Přerov I - Mě | – | 0 | 3 | – | – | – | 3 | **6** | **47** |
| **23.** | *Adam Nekolný* | G, Písnická, Praha | – | – | – | – | – | – | – | – | **39** |
| **24.** | *Petr Doubravský* | ZŠ a MŠ J. A. Komenského Nové St | – | 3 | 4 | 4 | 4 | – | 5 | **20** | **38** |
| **25.** | *Jana Sládková* | G a ZŠ G. Jarkovského, Praha | – | 4 | 4 | – | – | 5 | – | **13** | **35** |
| **26.–28.** | *Jakub Bartoš* | G, Písnická, Praha | – | – | – | – | – | – | – | – | **30** |
| **26.–28.** | *Martin Flídr* | G Masarykovo nám., Kroměříž | – | 3 | – | – | – | – | – | **3** | **30** |
| **26.–28.** | *Tomáš Salavec* | BG B. Balbína, Hradec Králové | – | – | – | – | – | – | – | – | **30** |
| **29.** | *Lenka Tomanová* | ZŠ Měřín | – | – | – | – | – | – | – | – | **27** |
| **30.** | *Jan Macek* | ZŠ T. G. Masaryka Třebíč | – | 3 | 3 | – | – | 3 | – | **9** | **24** |
| **31.** | *Mária Volmanová* | ZŠ Kollárova, Jihlava | – | – | – | – | – | – | – | – | **20** |
| **32.** | *Roman Varfolomieiev* | ZŠ Hornoměcholupská, Praha 10 | – | 4 | 3 | – | – | – | – | **7** | **19** |
| **33.** | *Jindřich Dítě* | ZŠ Komenského, Žďár nad Sázavou | – | 3 | 3 | 2 | – | – | – | **8** | **18** |
| **34.** | *Vojtěch Ježek* | G Legionářů, Příbram | – | – | – | – | – | – | – | – | **17** |
| **35.–36.** | *Victoria Grundlerová* | ZŠ jazyků Karlovy Vary | – | – | – | – | – | – | – | – | **16** |
| **35.–36.** | *Jiří Hocek* | ZŠ Veronské náměstí, Praha | – | – | – | – | – | – | – | – | **16** |
| **37.–38.** | *Eva Horalíková-Polášková* | G a ZŠ G. Jarkovského, Praha | – | – | – | – | – | – | – | – | **15** |
| **37.–38.** | *Alena Osvaldová* | G J. Š. Baara, Domažlice | – | – | – | – | – | – | – | – | **15** |
| **39.** | *Alice Janáčková* | G Chotěboř | – | – | – | – | – | – | – | – | **13** |
| **40.–41.** | *Štěpán Chrástecký* | Biskupské G, Ostrava | – | – | – | – | – | – | – | – | **12** |
| **40.–41.** | *Lucie Kunčarová* | G Volgogradská, Ostrava | – | – | – | – | – | – | – | – | **12** |
| **42.–43.** | *Dita Chabičovská* | G Nad Kavalírkou, Praha | – | – | – | – | – | – | – | – | **11** |
| **42.–43.** | *Milan Tichavský* | ZŠ Hradec nad Moravicí | – | 2 | 4 | 5 | – | – | – | **11** | **11** |
| **44.** | *Adam Kolomazník* | ZŠ V Rybníčkách, Praha 10 | – | – | – | – | – | – | – | – | **10** |
| **45.** | *Eva Jurčeková* | ZŠ sv. Voršily Praha 1 | – | – | – | – | – | – | – | – | **9** |
| **46.** | *Lucka Hosová* | G, Špitálská, Praha | – | – | – | – | – | – | – | – | **8** |
| **47.** | *Klára Šenkeříková* | ZŠ a MŠ Nedašov | – | – | – | – | – | – | – | – | **7** |
| **48.** | *Petr Čerych* | ZŠ Sobotka | – | – | – | – | – | – | – | – | **4** |
| **49.** | *Jakub Ucháč* | ZŠ Vrané n. Vltavou | – | – | – | – | – | – | – | – | **3** |

***Korespondenční seminář Výfuk***
***UK v Praze, Matematicko-fyzikální fakulta***
***V Holešovičkách 2***
***180 00 Praha 8***

www: `http://vyfuk.mff.cuni.cz`
e-mail: `vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz`

Výfuk je také na Facebooku
***http://www.facebook.com/ksvyfuk***

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.