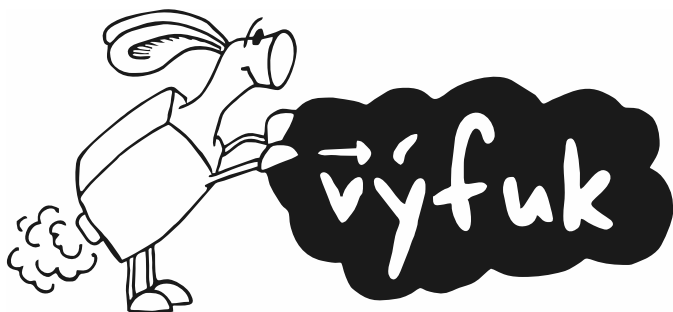




výpočty fyzikálních úkolů

Milí kamarádi,

i letos jsme pro vás připravili zadání Výfuku – fyzikální soutěže určené pro všechny žáky základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií. Stejně jako v minulých letech, i v tomto školním roce na vás čeká celkem šest sérií úloh.

Úlohy to ale nejsou jen tak ledajaké – k jejich vyřešení budete často muset namáhat mozkové závity, ledasco změřit, případně si potřebné informace vyhledat. Uvidíte, že fyzika může být nejen záhadná, ale i fascinující!

Řešení úloh nám můžete posílat poštou nebo elektronicky, a to vždy do stanoveného termínu odeslání. Na rozdíl od minulého ročníku je termín pro papírová i elektronická řešení totožný. Papírová i elektronická řešení je třeba odeslat nebo nahrát do naší databáze vždy do 20. hodiny ve stanoveném datu. Jak vlastně takové řešení správně napsat se ve zkratce dovíte na následujících stranách této brožurky.

Pokud ještě nevíte, jak Výfuk probíhá, čtěte dál. Kromě jiného se dozvíte, co můžete řešením Výfuku získat a jak se do řešení zapojit.

Řešte Výfuk – uvidíte, jak může být fyzika zábavná!

Organizátoři

vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz



Jak Výfuk probíhá

V průběhu školního roku organizátoři Výfuku zveřejní celkem šest sérií úloh. Každá série se skládá ze sedmi úloh, na kterých si můžete procvičit i vylepšit své fyzikální dovednosti.

První, logická úloha, je určena pro šestáky a sedmáky. Druhá úloha je matematická, neboť věříme, že dobrý fyzik musí ovládat i základy matematiky. Při řešení třetí až páté úlohy si svoje mozkové buňky potrápíte třemi zajímavými fyzikálními problémy. Šestá úloha je tradičně experimentální a poslední úloha je spjata s Výfučením – krátkým naučným textem, který naleznete hned za zadáním úloh. První Výfučení tohoto ročníku pojednává o vektorech a operacích s nimi.

K danému termínu je nutné, abyste svá řešení sepsali a odeslali organizátorům na kontaktní adresu, kterou najdete na konci brožurky.¹ My vaše řešení opravíme, připíšeme k nim své komentáře, řešení obodujeme a sestavíme výsledkovou listinu. Časem vám opravené řešení pošleme zpět spolu se vzorovým řešením.

Návratka nového řešitele

(pošli spolu s 1. sérií jen pokud jsi ještě Výfuk neřešil)

Jméno:

e-mail:

Telefon: Telefon na rodiče:

Adresa domů:

..... PSČ:

Název školy:

Jak ses o Výfuku dozvěděl?

Vyplněním návratky souhlasím se zpracováním osobních údajů v souladu se zákonem č. 101/2000 Sb. o ochraně osobních údajů pro vnitřní potřebu Matematicko-fyzikální fakulty UK za účelem informování o akcích pořádaných MFF UK.

¹Prosíme, na obálku pečlivě opište kompletní adresu. Jedině tak vám můžeme zaručit, že obálka se na matfyzu neztratí.

Proč řešit Výfuk

Úlohy Výfuku se často odlišují od tradičních příkladů, jaké znáte z hodin fyziky. Navíc, kromě dobrého pocitu z vyřešených úloh, nejlepší řešitelé ročníku získají zajímavé věcné ceny: knihy, společenské hry, trička semináře apod.

Dále se naši řešitelé mohou účastnit akcí, které budeme v průběhu školního roku pořádat: podzimní a jarní setkání řešitelů a o prázdninách dvoutýdenní letní tábor.

Setkání se může zúčastnit každý řešitel Výfuku. Jedná se o víkendové akce, kdy s námi můžete navštívit různá zajímavá místa, např. vědecká pracoviště, observatoře nebo technická muzea, zahrát si různé hry, ale také se dozvědět něco nového ze světa fyziky.

Na letní tábor budeme zvát jednotlivé řešitele na základě dosažených bodů po 3. sérii Výfuku. Body získané ve 4., 5. a 6. sérii se pak zvaží zejména při přerozdělení cen, takže se Výfuk určitě vyplatí řešit celoročně. Na táboře zažijete kopu srandy, zajímavých her, výletů a samozřejmě i řadu užitečných přednášek nejen z fyziky a matematiky. Více informací a fotografie z těchto akcí můžete nalézt na našem webu.²

Jak se zapojit

Není nic snazšího – stačí začít řešit naše úlohy a včas nám zaslat jejich řešení. Samozřejmě, není nutné vyřešit všechny úlohy³ a ani se zapojit do všech sérií. Pokud ale v rukou držíte Výfuk poprvé, s řešením nám zašlete i *návratku*, do které vyplníte vaše kontaktní údaje.

Psaní řešení

Řešení úloh sepisujte přehledně, a to tak, aby bylo jasné, jaké části vaše řešení obsahuje. Velice důležitou součástí vašeho řešení je *postup*. Uvedete-li v řešení jen výsledek, zpravidla získáte jen malý počet bodů. Pokud nám ale pošlete i logický postup řešení, byť vedoucí kvůli nějaké chybě ke špatnému číselnému výsledku, za správný postup vám body udělíme.

Ještě důležitější je u postupu vést slovní komentář – proč a co děláte, aby opravovatelé mohli sledovat vaše myšlenky a bodově je ohodnotit. Samozřejmě nemusíte popisovat úplně všechno, ale oceníme, když základní myšlenky a kroky přehledně popíšete. Pro inspiraci si můžete prohlédnout naše vzorová řešení.

Řešení každé úlohy je potřeba psát na *samostatný list* papíru A4, klidně popsany oboustranně. Řešení dvou úloh ale nepište na stejný list papíru a nikdy nevpisujte řešení do brožurky se zadáním. Každou úlohu opravuje jiný organizátor – nedodržení těchto pravidel nám tak velmi zkomplikuje opravování.

Na každý papír je potřeba napsat seshora *hlavičku* obsahující vaše základní kontaktní údaje. Kompletní vzorová hlavička Studenta Pilného vypadá asi takto:

Student Pilný Gymnázium B. Bolzana Praha Tercie	I. série, 3. úloha (1. strana ze 3)
---	--

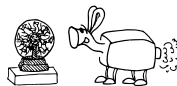
²<http://vyfuk.mff.cuni.cz/akce>

³Správně vyřešit všechny úlohy se podaří opravdu málokomu.

Posíláte-li řešení elektronicky, platí stejná pravidla. Nezapomeňte podepsat každou stránku a výsledný dokument převést do formátu pdf. Krátký návod na psaní řešení na počítači naleznete na našem webu.⁴



Zadání I. série



Termín doručení: 2. 11. 2015 20.00

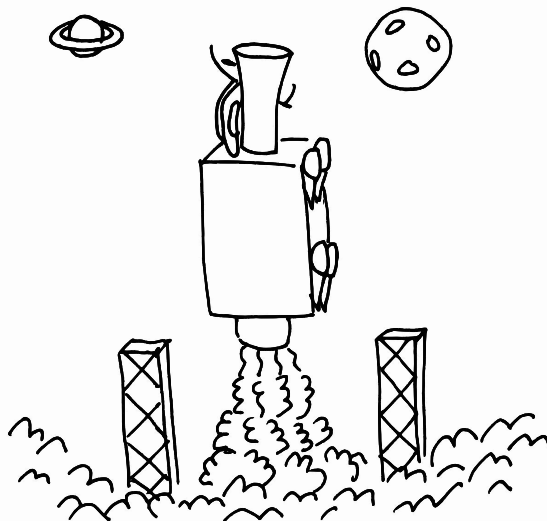
Úloha I.1 ... Logistika ⑥ ⑦

5 bodů

Kuba bydlí poblíž velkého překladiště, do kterého neustále přijíždějí auta s nejrůznějším zbožím. Pozorováním tohoto shonu pod okny časem zjistil, že:

- osobní auta přijíždějí každých 10 minut a na překladiště dovezou vždy přesně 20 kg uhledně zabalených tenisových míčků,
- malé dodávky se na překladišti objeví v průměru jednou za 45 minut, přičemž každá z nich doveze 210 kg hopíků,
- každých 50 minut přijede velký kamion a na překladiště vyloží 1 500 kg skleněných kuliček.

Všechno toto kulaté zboží je pak přeloženo na vlak. Ten je složen ze tří vagónů, nosnost každého z nich je 16,5 t. Jakmile je vlak naplněn, z nádraží odjede. Zjistěte, jak často musí vlak z nádraží odjíždět, tzn. vypočtete, za jak dlouho se vlak naplní.



⁴http://vyfuk.mff.cuni.cz/jak_resit/elektronicka_reseni

Úloha I.2 ... Úsporné tenisáky ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

4 body

Nejlepší firma na výrobu míčků v okolí vděčí za svůj úspěch zejména revoluční myšlence úhledně balit míčky do krabic, které mají tvar krychle s hranou dlouhou 20 cm. Poloměr balených míčků je 5 cm.

(a) Kolik míčků se vejde do jedné krabice? Nakreslete nám obrázek, jak míčky do krabice naskládat tak, aby se jich tam vešlo co nejvíce.

(b) Jakou část objemu krabice zabírají takto uložené míčky?

Pomůcka Objem koule s poloměrem r je

$$V_{\text{koule}} = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Úloha I.3 ... Meteorologická ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

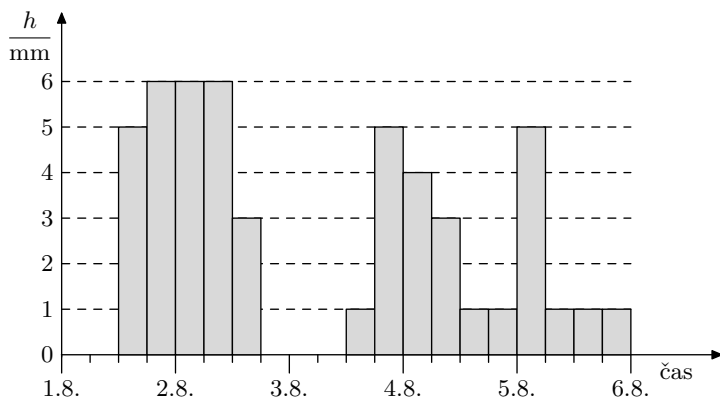
5 bodů

Petr je velký ekolog. Proto všechnu dešťovou vodu, kterou sesbírá ze střechy své kůlny, svádí do sudu a používá ji na zalévání zahrádky během sucha. Poněvadž toto léto bylo opravdu sucho, prvního srpna Petrovy zásoby vody v sudu došly. Naštěstí meteorologové předpovídali na následující dny déšť (viz obrázek).

Petr proto postavil sud pod okap a zahrádku opustil. A skutečně, déšť se přesně podle předpovědi dostavil a přšelo opravdu vydatně několik následujících dní. Když se Petr šestého srpna na zahrádku vrátil, čekalo ho překvapení – sud přetekl a voda pocákala vše okolo. „To je divné,“ pomyslel si, „přece tolik nepršelo. Vždyť jsem si všechno pečlivě spočítal!“

Pomozte Petrovi vyřešit tuto záhadu. Nakreslete graf, kde vynesete změnu výšky hladiny vody v sudu v závislosti na čase.⁵ Graf rovněž pečlivě popište, nezapomeňte na označení os a jednotek. Rovněž v grafu vyznačte, kdy začal sud přetékat.

Střecha, ze které je voda sváděna, má (shora) rozměry 3×4 m, sud je vysoký 80 cm a obsah jeho dna je $0,6 \text{ m}^2$. Vodu, která napršela přímo do sudu, zanedbejte.



Obr. 1: Předpověď úhrnu srážek pro Petrovu zahrádku. Hodnota v mm vyjadřuje, jak vysoká „vrstva“ vody spadne v daném časovém úseku na 1 m^2 povrchu.

⁵To znamená, že na vodorovnou osu vynesete čas, na svislou osu výšku hladiny vody v sudu.

Úloha I.4 ... Podivná koule ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

6 bodů

Radka našla na Matfyzu starou kouli z hliníku. Když ji chtěla zahodit do Vltavy, koule překvapivě začala na vodě plovat tak, že ponořena byla přesně polovina jejího objemu. Radka jako správná fyzika usoudila, že koule, jež je vyrobena z hliníku o hustotě $2500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, plove na vodě pouze v případě, že je dutá.

Jak tlustou stěnu měla Radčina koule, pokud byl její poloměr 10 cm? Hmotnost vzduchu, který se nachází v dutině, klidně zanedbejte.

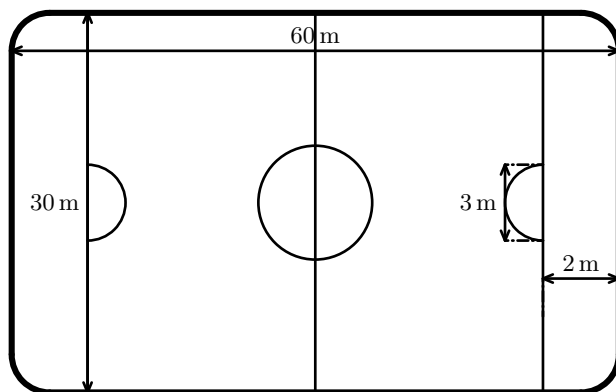
Úloha I.5 ... Klouže to ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ☆

8 bodů

Jeden horký letní večer myslel Jindra na zimní prázdniny a na jeho oblíbený hokej. Když byl naposledy na stadionu, led byl perfektně kluzký, jen měl jednu vadu – kluziště nebylo vodorovné.

Jindra to poznal tak, že puk, který položil do středu kluziště, se začal sám bez tření klouzat přímo k jednomu z delších mantinelů. Stopkami Jindra změřil, že tato „cesta“ puku trvá přesně 13,3 s. Toto zjištění ale Jindru moc nepotěšilo, neboť všechny rovné střely na bránu budou na nakloněném kluzišti vybočovat.

- Jindra stojí ve středu kluziště a střílí přímo na střed branky rychlostí $v_1 = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Jak se domníval, bránu kvůli náklonu kluziště netrefil. Nakreslete, jak asi vypadala trajektorie puku, který Jindra vystřelil.
- Vypočítejte, o kolik byla Jindrova střela odchýlena od středu branky v čase, kdy byla na úrovni brankové čáry.
- Jakou nejmenší rychlostí v_2 musí Jindra vystřelit, aby bránu trefil?
- Jak velkou rychlost by měl takto vystřelený puk v čase průchodu brankovou čarou?
- Určete velikost úhlu náklonu kluziště.



Obr. 2: Schéma kluziště a jeho rozměry

Úloha I.E ... Tekutý poklad ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

7 bodů

Vášim úkolem bude změřit, jaký největší objem vody je možné nakapat⁶ na mince o hodnotách 10 Kč a 50 Kč tak, aby se kapka na minci udržela. Aby bylo vaše měření přesné, pro každou minci jej zopakujte alespoň 10-krát a naměřené hodnoty zprůměrujte.

Pak experiment zopakujte s vodou, do které přidáte trochu prostředku na mytí nádobí. Jak se změnila schopnost vody tvořit velké kapky? Kolikrát se zvětšil nebo zmenšil průměrný objem kapky?

Úloha I.C ... Výfuček na procházce ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

7 bodů

Výfuček je velký fanoušek kartézské soustavy souřadnic. On sám používá takovou, která má počátek (bod $[0, 0]$) ve svém domě. Osa x směřuje na východ, osa y na sever.

- O víkendu se Výfuček vybral ze svého domu na procházku. Nejprve se přesunul o vektor $(1, 3)$ km, poté o vektor $(2, -1)$ km a nakonec o $(1, -5)$ km. Určete polohu bodu, kde se právě nachází.
- Jak vzdálený je od Výfučka jeho dům?
- Výfučkův kamarád Paťo bydlí 4 km daleko od místa, kde se Výfuček nachází. Vektor Paťovy polohy (vektor spojující Výfučkovu aktuální polohu a bod, kde se Paťo nachází) svírá s osou x úhel 60° . Určete, kolik kilometrů musí Výfuček ujet ve směrech os x a y , aby za Paťem došel.

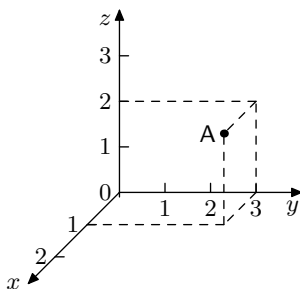
**Výfučení: Vektory****Souřadné systémy**

Dříve než začneme naše povídání o vektorech, řekneme si pár slov o souřadných systémech. Ty zavádíme při řešení problémů, u kterých nás zajímá rozmístění různých objektů v prostoru. Pomocí souřadnic (čísel) chceme jednoznačně popsat polohu každého bodu v prostoru vzhledem k nějakému počátku. Podle potřeby se používá mnoho různých druhů souřadnic. Pro nás budou nejnázornější tzv. kartézské.

Kartézské souřadnice jsou tvořeny dvěma ve 2D, resp. třemi ve 3D, na sebe navzájem kolmými osami protínajícími se v jediném bodě, který nazýváme počátek souřadnic. Ve dvou rozměrech obvykle značíme vodorovnou osu x a svislou y . Ve 3D jsou standardně osy x a y vodorovné a na ně je kolmá svislá osa z .

Každý bod v prostoru nyní můžeme popsat pomocí dvou, resp. tří souřadnic, které zapisujeme do hranatých závorek v pořadí $[x, y, z]$. Hodnoty jednotlivých souřadnic nám říkají, o kolik se z počátku musíme posunout ve směru jednotlivých os, abychom se dostali do daného bodu – tedy nejprve se posuneme o hodnotu první souřadnice ve směru osy x , potom o hodnotu druhé ve směru osy y a na závěr o hodnotu třetí ve směru osy z (viz obrázek 3).

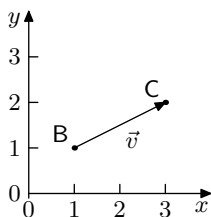
⁶Na kapání doporučujeme použít co nejmenší injekční stříkačku, nejlépe s objemem 2 ml.

Obr. 3: Bod A se souřadnicemi $[1, 3, 2]$.

Vektory

Vektory se od obyčejných čísel, tzv. skalárů, liší tím, že mají kromě velikosti také orientaci (směr). V kartézské soustavě si můžeme vektor představit jako čárku se šipkou, vedoucí od jednoho bodu k druhému. Délka čárky určuje jeho velikost, naklonění a šipka směr a orientaci.

Nyní si na jednoduchém příkladu vysvětlíme, jak můžeme vektory zapisovat. Mějme vektor $\vec{v}$ v dvourozměrném prostoru popsaném dvěma kartézskými osami. Začátek vektoru je v bodě $B = [1, 1]$ a konec v $C = [3, 2]$ (viz. obrázek 4). Vektor zapisujeme pomocí složek, kde nám každá složka říká, o kolik se musíme posunout ve směru jednotlivých os, abychom se dostali ze začátku vektoru na jeho konec. V našem případě musíme udělat dva kroky doprava (tedy v kladném směru osy x) a jeden krok nahoru (tedy v kladném směru osy y). Jinak řečeno vektor zapisujeme jako rozdíl souřadnic jeho konce a začátku. Náš vektor zapíšeme jako $\vec{v} = (3 - 1, 2 - 1) = (2, 1)$.



Obr. 4: Vektor jako posunutí z bodu B do bodu C.

Vektory se značí šipkou nad písmenem (v tištěném textu mohou být též vektory napsány tučně) a jeho složky se zapisují do kulatých závorek opět v pořadí (x, y) . Zde jsou ale x a y chápány jako posunutí ve směru osy x a y . Chceme-li zapsat složky samostatně, značíme je stejným písmenem jako vektor a dáme jim index podle odpovídající osy, např. zde $v_x = 2$ a $v_y = 1$. Ve 3D bychom postupovali stejně, jen se z -tovou složkou navíc.

U takto zapsaných vektorů můžeme snadno určit jejich velikost (délku čárky) a to jednoduchou aplikací Pythagorovy věty. Velikost našeho vektoru $\vec{v}$ označíme v (velikost vektoru se značí stejným písmenem jako vektor, jen psáno bez šipky, případně netučně) a spočteme ji jako

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}.$$

Ve třech rozměrech bychom postupovali stejně, jen s použitím třírozměrné verze Pythagorovy věty, tedy $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$.

Operace s vektory

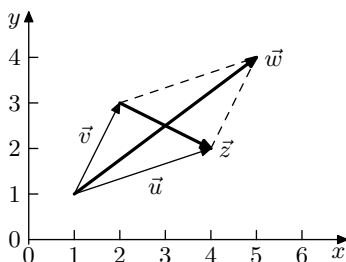
Máme-li vektorů více, můžeme je navzájem sčítat, případně odčítat. Součtem dvou vektorů je opět vektor a sčítání probíhá po složkách, tedy sečtením x -ových složek původních vektorů dostaneme x -ovou složku výsledného vektoru. Budeme-li například sčítat vektory $\vec{u} = (u_x, u_y) = (3, 1)$ s vektorem $\vec{v} = (v_x, v_y) = (1, 2)$, získáme vektor

$$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v} = (u_x + v_x, u_y + v_y) = (4, 3).$$

Při odčítání vektorů postupujeme stejně, tedy

$$\vec{z} = \vec{u} - \vec{v} = (u_x - v_x, u_y - v_y) = (3 - 1, 1 - 2) = (2, -1).$$

Graficky můžeme vektory sčítat pomocí tzv. vektorového rovnoběžníku, kdy začátky obou vektorů umístíme do stejného bodu a dokreslíme rovnoběžník, jak je znázorněno na obrázku 5. Úhlopříčka potom představuje výsledný vektor. Odčítání si můžeme představit jako přičítání vektoru opačného. Opačný vektor získáme, když změnímme znaménko u všech jeho složek (nakreslíme šipku na druhý konec čárky).



Obr. 5: Vektorový rovnoběžník.

Kromě sčítání a odčítání můžeme vektory také násobit, a to hned třemi způsoby. Začneme tím nejjednodušším a to násobením vektoru skalárem, neboli číslem. To se provádí tak, že všechny složky vektoru vynásobíme daným číslem. Chceme-li například získat vektor, který je třikrát větší než vektor $\vec{u}$, musíme všechny složky vektoru $\vec{u}$ vynásobit trojkou, tedy $3\vec{u} = (3u_x, 3u_y, 3u_z)$.

U násobení dvou vektorů rozlišujeme mezi tzv. skalárním součinem, kdy je výsledkem číslo, a vektorovým součinem, jehož výsledkem je vektor. V tomto textu se budeme zabývat pouze součinem skalárním. Ten se řídí jednoduchým pravidlem – nejprve vynásobíme stejné složky, tedy x -ové spolu, y -ové spolu, případně z -ové spolu a výsledky potom sečteme. Budeme-li násobit $\vec{v} = (1, -2)$ a $\vec{u} = (2, 3)$ dostaneme

$$\vec{v} \cdot \vec{u} = v_x u_x + v_y u_y = 1 \cdot 2 + (-2) \cdot 3 = 2 - 6 = -4.$$

Využití vektorů ve fyzice

V tuto chvíli již o vektorech víme dost, abychom si mohli říci o jejich využití ve fyzice. Mnozí z vás již jistě ví, že fyzikální veličiny se dělí na skalární a vektorové. Jak nám název napovídá, skalární veličiny můžeme vyjádřit skalárem, tedy číslem, a patří mezi ně například hmotnost, teplota, čas a spousta dalších. Naopak vektorové veličiny, jako třeba rychlost, síla či poloha, zapisujeme pomocí vektorů a mají kromě velikosti také směr (jakým směrem se pohybujeme danou rychlostí, kam působí daná síla či kterým směrem se nacházíme od výchozího bodu).

Jednotlivé složky vektoru potom představují velikost dané veličiny v jednotlivých směrech. Celková velikost je samozřejmě daná velikostí vektoru. Má-li například vrtulník rychlost $v_x = 24 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a $v_y = 7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, představuje hodnota v_x rychlost v horizontálním směru a hodnota v_y rychlost ve směru vertikálním, tedy rychlost stoupání či klesání. Celkovou velikost rychlosti vrtulníku získáme vypočtením velikost vektoru $\vec{v} = (24, 7) \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, což je $v = 25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (zkuste si).

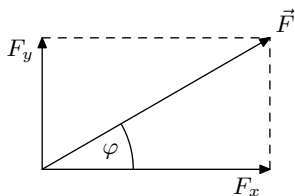
Ve fyzice ovšem budeme muset mnohem častěji postupovat obráceně – tedy budeme znát velikost dané veličiny a její směr vyjádřený úhlem φ mezi vektorem a jednou ze souřadných os a bude nás zajímat velikost jednotlivých složek. V tomto případě nám velmi pomůžou goniometrické funkce, konkrétně sinus a kosinus. V případě, že jste o nich nikdy neslyšeli, můžete si přečíst text staršího Výfučení, které je věnováno právě jim.⁷

Na obrázku 6 vidíme sílu o velikosti $F = 10 \text{ N}$, která svírá s osou x úhel $\varphi = 30^\circ$ a chceme zjistit složky této síly F_x a F_y . Víme (nebo jsme si přčetli), že funkce sinus je definovaná jako délka protilehlé strany ku přeponě. V našem případě to je $\sin \varphi = F/F_y$, tedy

$$F_y = F \sin \varphi = 10 \text{ N} \cdot \sin 30^\circ = 5 \text{ N}.$$

Podobně pomocí funkce kosinus, která je definovaná jako poměr délky přilehlé strany a přepony, určíme x -ovou složku síly

$$F_x = F \cos \varphi = 10 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ = 5/\sqrt{3} \text{ N} \doteq 8,7 \text{ N}.$$



Obr. 6: Rozklad síly $\vec{F}$ na vodorovnou a svislou složku.

Na závěr by nás mohlo zajímat, jaký úhel ϑ spolu svírají dva vektory. K tomu nám poslouží skalární součin, neboť platí vztah

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u v \cos \vartheta.$$

Z tohoto vztahu můžeme rovnou vyjádřit hledaný úhel

$$\vartheta = \arccos \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{uv}.$$

⁷http://vyfuk.mff.cuni.cz/_media/ulohy/r2/vyfucteni/vyfucteni_4.pdf

Z výše uvedených vztahů můžeme vypočítat ještě jeden užitečný poznatek. Skalární součin dvou rovnoběžných vektorů je roven součinu jejich velikostí a naopak skalární součin dvou kolmých vektorů je vždy nulový.



Korespondenční seminář Výfuk
UK v Praze, Matematicko-fyzikální fakulta
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8

www: <http://vyfuk.mff.cuni.cz>
e-mail: vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz

Výfuk je také na Facebooku 
<http://www.facebook.com/ksvyfuk>

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.