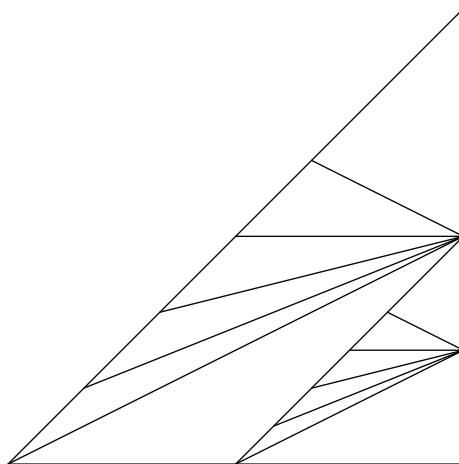


Úloha VII.2 ... Podivná pavučina

7 bodů; (chybí statistiky)

Dominik si na procházce všiml velmi zvláštní pavoučí sítě, viz obrázek. Podivný tvar sítě ho ale nezajímá, spíše se snažil zjistit, kolik různých trojúhelníků síť vytváří (trojúhelník, který je složen ze dvou nebo více trojúhelníků, je též trojúhelník). Zjistěte to i vy!



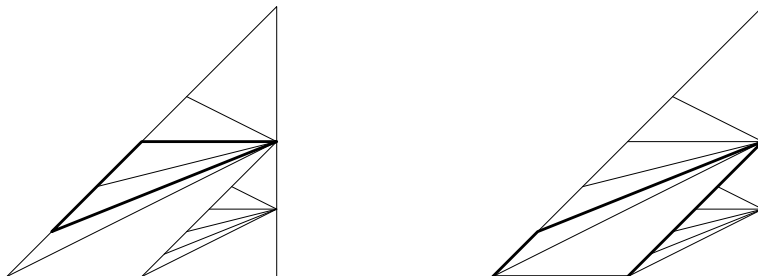
Obr. 1: Obrázek pavoučí sítě

V této úloze nám nezbyvá nic jiného, než si vzít tužku, zadání a trojúhelníky spočítat. Můžeme si zkusit všechny trojúhelníky zakreslovat (obtahovat je), avšak po chvíli by se zadání stalo velmi nepřehledným. A proto budeme postupovat systematicky. Spočítáme všechny trojúhelníky, které se skládají pouze z jednoho trojúhelníčku, dále spočítáme všechny trojúhelníky, které se skládají z dvou trojúhelníčků a tak dále. Takto budeme pokračovat, dokud se nedostaneme k velkému trojúhelníku, který obsahuje všechny malé trojúhelníčky.

Pokud spočítáme všechny malé trojúhelníčky, zjistíme, že jich je 12. Dále budeme pokračovat s trojúhelníky, které jsou složeny ze dvou trojúhelníků. Zde (a u všech dalších) si musíme dát pozor, aby námi započítaný obrazec byl trojúhelník! Výsledný obrazec bude trojúhelník tehdy, pokud trojúhelníčky mají společné dva vrcholy, a tedy společnou stranu, a další stranu na jedné přímce.

Na obrázku 2 vidíme, že dva trojúhelníčky splňující tuto podmínku tvoří trojúhelník, ale když vybereme nevhodné dva trojúhelníčky, vzniklý útvar je čtyřúhelník, a tak ho *nemůžeme* počítat mezi trojúhelníky. Pečlivým spočítáním zjistíme, že trojúhelníků skládajících se ze dvou trojúhelníků je 8. Dále že trojúhelníků ze tří trojúhelníků je 6, že čtyř trojúhelníků jsou 4, z pěti trojúhelníků najdeme dva trojúhelníky. Z šesti trojúhelníků najdeme jeden trojúhelník v pravé dolní části sítě. Ze sedmi trojúhelníků najdeme jeden trojúhelník opět v pravém spodním rohu sítě. Další, poslední trojúhelník, který najdeme, je složen ze 12 trojúhelníků a jedná se o největší trojúhelník ohraničující celou síť.

Našli jsme tedy 12 trojúhelníků, 8 trojúhelníků ze dvou trojúhelníků, 6 trojúhelníků ze tří trojúhelníků, 4 trojúhelníky ze čtyř trojúhelníků, 2 trojúhelníky z pěti trojúhelníků, 1 troj-



Obr. 2: Nalevo je trojúhelník, který musíme započítat. Napravo je útvar, který je sice složen ze dvou trojúhelníků, sám ale trojúhelníkem není.

úhelník z šesti trojúhelníčků, 1 trojúhelník ze sedmi trojúhelníčků a 1 trojúhelník ze dvanácti trojúhelníčků.

Celkem jsme tedy v síti našli 35 trojúhelníčků.

Jakub Sláma

slama@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.