Úloha VI.5 ... Letíme k moři

7 bodů; průměr 4,93; řešilo 28 studentů

Vztlaková síla u letadel se dá spočítat jako

$$L = \frac{1}{2} C \varrho S v^2 \,.$$

Síla L působí kolmo na plochu křídel, C je vztlakový koeficient, *ϱ je hustota vzduchu, S je plocha křídel a v je rychlost letadla. Airbus A320, který je velmi často používán pro krátké lety, typicky létá v letové hladině FL350, tzn. ve výšce* 35 000 stop, *kde je hustota vzduchu $\varrho = 0{,}4\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$. Tento letoun má typickou hmotnost $m = 70\,\mathrm{t}$, plochu křídel $S = 123\,\mathrm{m}^2$ a pro jeho typ křídel platí $C = 1{,}2$.*

1. *Jak rychle musí letadlo letět, aby se neměnila jeho výška?*
2. *Letadlo začne zatáčet, a proto se nakloní o úhel $\alpha = 30^\circ$. Na jakou rychlost v' musí letadlo zrychlit, aby zůstalo ve stejné výšce?*
3. *Jaký bude poloměr této zatáčky?*

Pokud se nemění výška, ve které letí letadlo, znamená to, že výslednice všech sil působících na letadlo ve svislém směru je nulová – jinak by letadlo klesalo nebo stoupalo. Všimněme si, že působící síly jsou dvě: tíhová síla F_G, která je konstantní, a vztlaková síla L. Z toho ale plyne, že i vztlaková síla musí být konstantní. Víme, že tato síla je, kromě konstant popisujících parametry letadla, úměrná v^2. Z toho plyne, že i rychlost musí být konstantní. Rovnováhu těchto dvou sil zapišme ve tvaru

$$mg = \frac{1}{2} C \varrho S v^2 \,.$$

Odtud můžeme vyjádřit rychlost jako

$$v = \sqrt{\frac{2mg}{C\varrho S}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 70\,000\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}}{1{,}2 \cdot 0{,}4\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}} \cdot 123\,\mathrm{m^2}}} \doteq 153\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}} \,.$$

Letadlo musí letět rychlostí $v = 153\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, což je zhruba $551\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$.

Pokud se letadlo nakloní o úhel $\alpha = 30^\circ$, vztlaková síla, která je kolmá k ploše křídel, již nebude působit svisle vzhůru. Lze si ji ale pomocí funkcí sinus a kosinus rozdělit na dvě složky, horizontální a vertikální jako na obrázku 1.

Vertikální složku spočteme jako $L_y = L \cos\alpha$. O této složce opět musí platit, že je v rovnováze s tíhovou silou. Můžeme tedy napsat rovnici

$$mg = \frac{1}{2} C \varrho S {v'}^2 \cos\alpha \,,$$

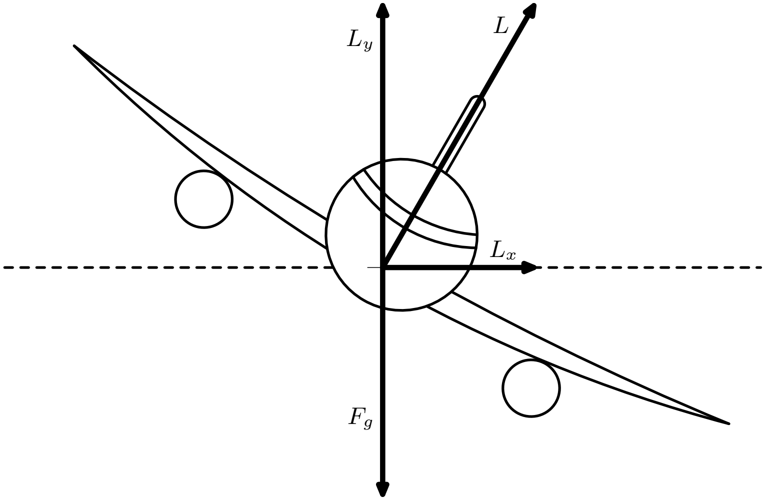
odkud plyne

$$v' = \sqrt{\frac{2mg}{C\varrho S \cos\alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 70\,000\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}}{1.2 \cdot 0{,}4\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}} \cdot 123\,\mathrm{m^2} \cdot \cos(30^\circ)}} \doteq 164\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}} \,.$$

Letadlo musí tedy zrychlit na rychlost $v' = 164\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, což je zhruba $590\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$.

Zbylá, horizontální, složka $L_x = L \sin\alpha$ zde působí jako dostředivá síla, neboť letadlo zatáčí, tzn. pohybuje se po kružnici. Lze najít, že pro velikost dostředivé síly platí

$$F_\mathrm{d} = \frac{mv^2}{r} \,,$$



Obr. 1: Rozklad sil

kde r je poloměr kružnice, po které se těleso pohybuje (v našem případě je to poloměr zatáčky). Tedy

$$\frac{1}{2} C \varrho S {v'}^2 \sin\alpha = \frac{m{v'}^2}{r}\,,$$

odkud

$$r = \frac{2m}{C\varrho S \sin\alpha} = \frac{2 \cdot 70\,000\,\mathrm{kg}}{1.2 \cdot 0{,}4\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}} \cdot 123\,\mathrm{m^2} \cdot \sin(30^\circ)} \doteq 4\,740\,\mathrm{m}\,.$$

Zatáčka letadla bude mít poloměr $r = 4\,740\,\mathrm{m}$.

Jakub Sláma
slama@vyfuk.mff.cuni.cz