

Úloha V.E ... Kdo maže, ten jede

7 bodů; průměr 6,16; řešilo 38 studentů

Vaší úlohou bude změřit hustotu řepkového oleje. Že je to moc jednoduché? A co když vám řekneme, že to máte udělat pomocí stopek?

Jak na to? Se zadáním jste dostali balíček s malými skleněnými kuličkami.¹ Stopkami budete měřit čas, za který se kulička ponoří na dno nádoby s olejem. Obstarejte si alespoň 4 dl řepkového oleje a nalijte ho do menší nádoby, například do púllitrové láhve. Změřte, do jaké výšky h olej sahá. Pak si vezměte kuličky a jednu po druhé nechte v oleji padat s nulovou počáteční rychlostí. Vždy změřte čas t , za který kulička spadne až na dno. Toto měření alespoň 10-krát opakujte a spočítejte průměrnou hodnotu času pádání \bar{t} . Odhadněte anebo spočítejte i nepřesnost tohoto výsledku.

Hustotu oleje vypočítáte pomocí formuláře na naší stránce <http://vyfuk.mff.cuni.cz/ulohy/r4/s5>, kde stačí dosadit naměřené hodnoty h a \bar{t} . Hodnotu ϱ_o , která vám vyšla, opište do řešení. V tabulkách nebo na internetu pak naleznete skutečnou hustotu oleje ϱ_o^* a vypočítejte relativní odchylku měření

$$\delta = \frac{|\varrho_o^* - \varrho_o|}{\varrho_o^*}.$$

Nepoužité i použité kuličky nám vracet nemusíte :-).

Najskôr si povieme niečo o fyzike, ktorá sa za skvelou metódou merania hustoty ukrýva – tým (čiasťočne) odhalíme, na akom princípe bol založený webový formulár, ktorý hustotu vypočítal za vás.

Na guľôčku, ktorá pomaly padá v nejakej kvapaline, pôsobia tri sily. Prvá je známa tiažová sila $F_g = mg = \varrho_g Vg$ (ϱ_g označuje hustotu guľôčky), druhá je vztlaková sila $F_{vz} = \varrho_o Vg$, kde ϱ_o je hustota oleja. Tretia sila vyjadruje odpor, ktorý kladie olej pohybujúcej sa guľôčke. Volá sa Stokesova sila a platí pre ňu

$$F_s = 6\pi\eta rv,$$

kde r je polomer a v je rýchlosť guľôčky. Veličine η sa hovorí *dynamická viskozita* a vyjadruje, ako veľmi je nejaká tekutina neochotná tiecť (napríklad med má vysokú hodnotu dynamickej viskozity).

Táto sila pôsobí, ako každá odporová sila, proti smeru pohybu – takže, ak bude guľôčka padať ku dnu, Stokesova sila bude pôsobiť smerom nahor a guľôčka bude brzdiť.

Všimnime si, že táto sila je závislá na rýchlosti guľôčky. To znamená, že na rýchlo padajúcu guľôčku bude pôsobiť veľká brzdná sila, čím sa jej rýchlosť patrične zníži. Časom sa tak dosiahne rovnováha, kedy bude zrýchlenie a brzdenie guľôčky rovnako veľké. Vtedy bude guľôčka padať rovnomernou rýchlosťou.

Vypočítať, ako sa bude meniť rýchlosť guľôčky v čase nie je jednoduché, pretože sily, ktoré udávajú zrýchlenie, teda zmenu rýchlosti, sú od samotnej rýchlosti závislé. Použitím ťažšej matematiky (tzv. diferenciálnych rovníc) sa k výsledku dopracovať dá. Rovnako sa dá vypočítať, aký bude čas pádu guľôčky t v závislosti na výške hladiny h . Pomocou tohto výsledku je možné odvodiť vzťah, ktorý sa ukrýva za formulárom na webe Výfuku

$$\varrho_o = \varrho_g \left(1 - \frac{B^2 h}{g(e^{-Bt} + Bt)} \right), \quad B = \frac{9\eta}{2\varrho_g r^2}.$$

¹Pokud se tak nestalo, napište nám o něj na náš e-mail vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz.

O tajemstvo skryté za formulárem sme sa podelili, môžeme sa preto pustiť do merania. To prebiehalo v odrezanej PET fľaši, do ktorej sme vyliali cca 1 ℓ repkového oleja. Hladina dosahovala výšku $h = (17,0 \pm 0,2)$ cm.

Čas sme merali pomocou stopiek s presnosťou 0,01 s. Avšak človek takú prenosť v reakciách zďaleka nedosahuje, a preto sme meranie zopakovali až 30-krát, viď tabuľku.

Tabuľka 1: Namerané hodnoty

t [s]	t [s]	t [s]	t [s]	t [s]
2,60	2,57	2,74	2,75	3,26
3,17	2,86	3,12	2,94	2,98
2,99	2,89	2,80	2,74	2,79
3,11	2,95	2,87	2,86	2,97
2,87	2,88	3,00	2,79	2,71
2,79	2,77	3,00	2,99	2,78
priemer				2,88 s

Okrem priemernej hodnoty trvania pádu guľôčky je tiež vhodné vypočítať, ako veľmi je táto hodnota presná. Nepresnosť tohto merania určíme podľa vzťahu pre štandardnú odchýlku, o ktorej sme hovorili vo Výfučení 2. série. Dostávame, že $\sigma_t = 0,03$ s.

Po dosadení do formulára zisťujeme, že hustota nášho oleja je

$$\rho_o \doteq 1014 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}.$$

Nie je to zvláštne? Veď olej na vode pláva, jeho hustota by mala byť nižšia ako hustota vody, tj. $1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$! Problém sa skrýva vo viskozite η . Tá je totiž závislá na teplote – pričom formulár zo zadania predpokladal, že experiment prebiehal pri teplote 20°C . Ak ste merali pri vyššej teplote, vo výsledku sa to prejaví tak, že hustota oleja vám vyjde vyššia, ako v skutočnosti je. Naopak, meranie pri nižšej teplote by vyústilo k ešte menšej hustote.

Túto nepresnosť merania môžeme vyjadriť práve pomocou relatívnej odchýlky. Na internete² môžeme nájsť, že hustota repkového oleja je asi $\rho_o^* = 920 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Takže

$$\delta = \frac{|\rho_o^* - \rho_o|}{\rho_o^*} = \frac{|920 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} - 1014 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}|}{920 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}} \doteq 10,2\%.$$

Vidíme, že revolučná metóda merania hustoty bola v našom prípade nepresná o asi 10%, čo je stále celkom slušný výsledok.

Patrik Švančara

pato@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

²<http://zsdolninemci.cz/vyuka/6/Hustota.ppt>