Úloha V.4 ... Přebory

6 bodů; průměr 5,52; řešilo 33 studentů

Dva závodníci Kuba a Kubo se dohodli, že si své síly změří v běhu na sto metrů. Po týdnech tréninku byli oba schopni dosáhnout stejné maximální rychlosti $v = 9\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Na závodě ale zvolili různou taktiku:

a) Kuba od momentu startu do poloviny závodu konstantně zrychloval na rychlost v. Pak mu ale začaly docházet síly, a tak druhou polovinu konstantně zpomaloval do nuly tak, že velikosti jeho zrychlení a zpomalení byly stejné.

b) Naopak Kubo si šetřil síly na konec závodu a vystartoval s (jiným) konstantním zrychlením tak, že v momentě, kdy byl v cíli, běžel rychlostí v.

Nakreslete grafy jejich rychlostí v závislosti na čase a rozhodněte, který z kluků závod vyhrál.

Pomůcka: Pokud netušíte, jak se se zrychlenými pohyby počítá, přečtěte si Výfučtení z 1. série letošního ročníku. Jeho text naleznete na našem webu.

Podíváme se na vzorce pro zrychlený pohyb,[1] kde zjistíme, že pro ujetou dráhu při zrychlení a platí $s = at^2/2$. Taktéž ale víme, že zrychlení lze vyjádřit i jako $a = v/t$. Po zkombinování obou vzorců vyjde

$$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{vt^2}{2t} = \frac{vt}{2}\,. \tag{1}$$

Tento vztah vyjadřuje, jakou dráhu ujedeme, pokud budeme zrychlovat *z nuly* na maximální rychlost v, jestliže toto zrychlování trvá čas t. Protože dráha a čas zpomalení (tedy z maximální rychlosti $9\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ na nulu) jsou stejné jako při zrychlení, pak tento vzorec bude platit i pro zpomalení z v na nulu.

Ze zadání víme, že jak Kuba, tak Kubo, dosáhli stejné maximální rychlosti. Ze vztahu (1) si nyní vyjádříme čas t tak, že vydělíme rovnici rychlostí v a vynásobíme ji dvěma. Dostáváme

$$t = \frac{2s}{v}\,.$$

Protože Kuba polovinu délky konstantně zrychloval a polovinu zpomaloval, snadno určíme, že při zrychlování i zpomalování urazil stejnou dráhu, a to $s' = 50\,\mathrm{m}$. Z toho vyplývá, že použijeme dvakrát vzorec pro konstantní zrychlení, přičemž jednou pro zrychlení z $0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ na v a jednou zase pro zpomalení z v na nulu. Proto jeho výsledný čas bude

$$t_1 = \frac{2s'}{v} + \frac{2s'}{v} = \frac{4s'}{v} = \frac{2s}{v} = \frac{2\cdot 100\,\mathrm{m}}{9\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}} = \frac{200}{9}\,\mathrm{s}\,.$$

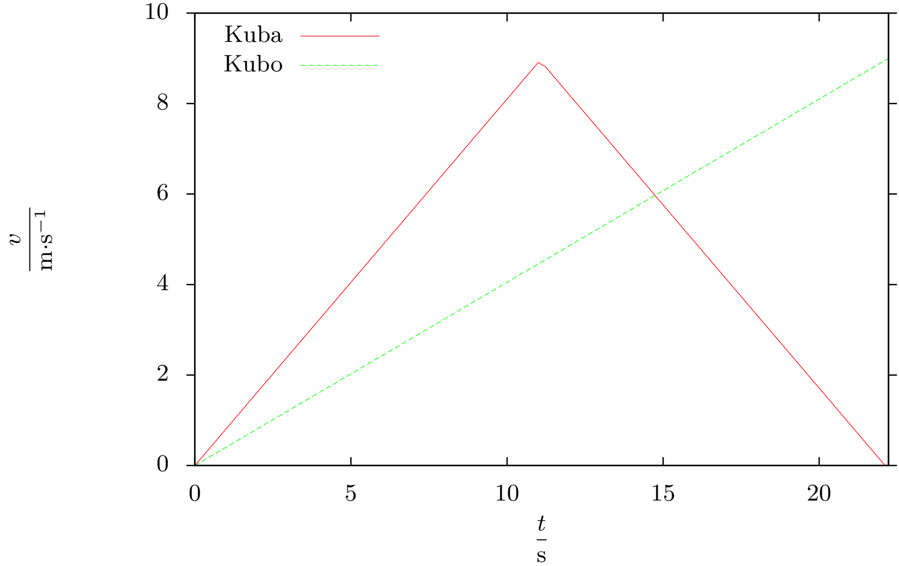
Nyní se zaměříme na čas Kuba. Ten nám ulehčil práci tím, že celou dobu jen konstantně zrychloval, a proto budeme moci dosadit do vztahu (1) jen potřebné údaje

$$t_2 = \frac{2s}{v} = \frac{2\cdot 100\,\mathrm{m}}{9\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}} = \frac{200}{9}\,\mathrm{s}\,.$$

Oba časy jsou stejné. Závod tedy dokončili oba kluci zároveň.

Nyní již jen dokreslíme grafy závislosti rychlosti na čase, přičemž víme, že nejvyšší rychlosti dosáhl Kuba uprostřed jeho času a Kubo na konci.

[1] `http://vyfuk.mff.cuni.cz/ulohy/r4/s1`



Obr. 1: Graf rychlostí Kuby a Kuba v závislosti na čase

David Němec
david@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/.