

Úloha IV.2 ... Na oběd!

5 bodů; průměr 4,48; řešilo 46 studentů

Tři organizátoři Výfuku – Andřejka, Radka a Paťo se jednou setkali ve frontě na oběd. Na výběr mají z pěti jídel. Jako první si jídlo vybírá Andřejka, pak Radka a nakonec Paťo. Jaká je pravděpodobnost, že právě dva z nich si vyberou stejné jídlo?

Pravděpodobnost vypočítáte tak, že nejprve určíte, kolika možnými způsoby si lze vybrat taková jídla, aby dvě z nich byla stejná. Pak toto číslo vydělíte počtem všech možností. Poněvadž má každý na výběr z pěti jídel, počet všech možností, jakými si mohou vybrat oběd, je $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$.

Je několik způsobů jak řešit tento příklad. My si ho vypočteme dvěma z nich.

První způsob

Zde vyjmenujeme všechny možnosti, které mohly nastat. Nesmíme zapomínat, že hledáme možnost, kdy si právě dva dali stejné jídlo. Jídla si označme jako 1, 2, 3, 4 a 5. Andřejku, Radku a Paťu jako A, R a P. Podívejme se na tabulku 1.

Tabulka 1: Všechny přípustné možnosti

<i>i</i>	A	R	P	<i>i</i>	A	R	P	<i>i</i>	A	R	P
1	1	1	2	21	1	2	1	41	2	1	1
2	1	1	3	22	1	3	1	42	3	1	1
3	1	1	4	23	1	4	1	43	4	1	1
4	1	1	5	24	1	5	1	44	5	1	1
5	2	2	1	25	2	1	2	45	1	2	2
6	2	2	3	26	2	3	2	46	3	2	2
7	2	2	4	27	2	4	2	47	4	2	2
8	2	2	5	28	2	5	2	48	5	2	2
9	3	3	1	29	3	1	3	49	1	3	3
10	3	3	2	30	3	2	3	50	2	3	3
11	3	3	4	31	3	4	3	51	4	3	3
12	3	3	5	32	3	5	3	52	5	3	3
13	4	4	1	33	4	1	4	53	1	4	4
14	4	4	2	34	4	2	4	54	2	4	4
15	4	4	3	35	4	3	4	55	3	4	4
16	4	4	5	36	4	5	4	56	5	4	4
17	5	5	1	37	5	1	5	57	1	5	5
18	5	5	2	38	5	2	5	58	2	5	5
19	5	5	3	39	5	3	5	59	3	5	5
20	5	5	4	40	5	4	5	60	4	5	5

Z tabulky vidíme, že celkový počet možností je 60. Pravděpodobnost, kterou hledáme, můžeme vyjádřit jako

$$p = \frac{60}{125} = \frac{12}{25} = 48\%.$$

Pravděpodobnost, že dva organizátoři si vyberou dvě jídla, je 48%.

Druhý způsob

Co se týče stejných jídel, mohou nastat pouze tři případy:

- a) všichni si vybrali stejné jídlo,
- b) právě dva si vybrali stejné jídlo,
- c) všichni si vybrali rozdílná jídla.

Kdyby si všichni vybrali stejné jídlo, mohou to udělat logicky pěti způsoby – všichni si vyberou 1. jídlo, nebo 2., 3., 4., a nebo 5. jídlo. Kdyby si dal každý jiné jídlo, budeme počítat možnosti v pořadí, v jakém si jídlo vybírají: Andřejka má k výběru všech 5 možností. Radka už jen 4 (nemůže si vybrat jídlo, které si vybrala Andřejka) a Pato dokonce jen 3 možnosti. Z toho vyplývá, že různá jídla si mohou vybrat $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ způsoby.

V zadání se píše, že celkový počet možností výběru oběda je 125. Z nich na možnost b) tedy zbývá $125 - 60 - 5 = 60$ možností. Pravděpodobnost, že tato možnost nastane, je podle zadání

$$p = \frac{60}{125} = \frac{12}{25} = 48\%.$$

Dostali jsme se tedy ke stejnému výsledku jako dříve.

Petr Šimůnek

petas@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.