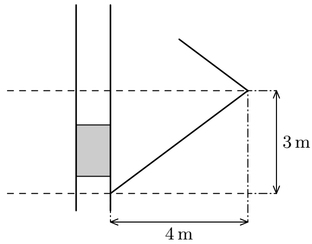
Úloha III.3 ... Výtahová

5 bodů; průměr 4,75; řešilo 64 studentů

Používat výtahy na matfyzu je někdy pomalejší, než jít pěšky. Zvlášť když jedete do nižších pater, protože výtahům někdy trvá velmi dlouho, než k vám dorazí.

Představme si, že z přízemí se chceme dostat na čtvrté patro. Po schodech dokážeme jít rychlostí $v = 1{,}2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, výtah ale jezdí průměrnou rychlostí $u = 1{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Spočítejte, jak dlouhou dobu t se nám vyplatí čekat na přivolaný výtah (tzn. že na čtvrté patro dorazíme dříve, než bychom tam došli pešky). Zanedbejte čas nastupování do výtahu, cestu na odpočívadlech, mezi schodišti apod.



Obr. 1: Náčrt jednoho patra

Celý příklad je založen na časech, za které vyjdeme čtyři patra pěšky, nebo vyjedeme výtahem. Spočtěme nejprve dobu pro cestu výtahem. Dráha výtahu je $s_1 = 4 \cdot 3\,\mathrm{m} = 12\,\mathrm{m}$, jeho rychlost $u = 1{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Umíme tedy spočítat čas, za který výtah dorazí do čtvrtého patra

$$t_1 = \frac{s_1}{u} = \frac{12\,\mathrm{m}}{1{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}} \doteq 6{,}67\,\mathrm{s}\,.$$

To samé provedeme s výpočtem času, který nám zabere výstup o 4 patra výše po schodech. Nejdříve si musíme vypočítat délku schodiště mezi jednotlivými patry, pak tuto délku vynásobíme čtyřmi. Délku schodiště vypočteme pomocí Pyhagorovy věty jako

$$d^2 = (4\,\mathrm{m})^2 + (3\,\mathrm{m})^2\,, \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{25\,\mathrm{m}^2} = 5\,\mathrm{m}\,.$$

Celková dráha s_2 je čtyřikrát větší, tedy $s_2 = 4d = 20\,\mathrm{m}$. Rychlost známe opět ze zadání. Vypočteme tedy čas

$$t_2 = \frac{s_2}{v} = \frac{20\,\mathrm{m}}{1{,}2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}} \doteq 16{,}67\,\mathrm{s}\,.$$

Vidíme, že výstup trvá pěšky déle, a proto se vyplatí jet výtahem. Kdybychom ale na výtah čekali po dobu $t = t_2 - t_1 = 10\,\mathrm{s}$, výtahem bychom vyjeli do čtvrtého patra za stejný čas jako pěšky. Proto pro jakýkoliv větší čas čekání než t se nám už nevyplatí na výtah čekat.

Zjistili jsme tedy, že na výtah se nám vyplatí čekat méně než 10 s.

Komentáře k došlým řešením

Většina z vás se zděsila počítání s periodickými čísly, a tak jste velmi často zaokrouhlovali mezivýsledky. To není úplně nejlepší způsob. Mnohem lepší je počítat přesně (např. pomocí zlomků) a zaokrouhlit až konečný výsledek.

Ukažme si to na příkladu. Mějme rovnostranný trojúhelník, jehož obvod je $o = 7\,\mathrm{cm}$. Zajímá nás, jaký obvod bude mít pravidelný devítiúhelník o straně stejné, jako má trojúhelník. Prvně si vypočítáme délku strany trojúhelníka jako $a = 7/3\,\mathrm{cm}$, tedy po zaokrouhlení $a = 2{,}33\,\mathrm{cm}$ a odtud určíme obvod devítiúhelníku jako $o_2 = 9 \cdot 2{,}33\,\mathrm{cm} = 20{,}97\,\mathrm{cm}$. Pokud nezaokrouhlíme mezivýsledek, dojdeme k výsledku $o_2 = 9 \cdot 7/3\,\mathrm{cm} = 21\,\mathrm{cm}$.

Vidíme, že v důsledku zaokrouhlení mezivýsledku již máme drobnou odchylku. Samozřejmě zde neděláme žádné složité operace, pouze násobíme celými čísly. Pokud by byl výpočet složitější, rozdíl při zaokrouhlení mezivýsledku a jeho nezaokrouhlením by mohl být mnohem výraznější. Proto je vhodné zaokrouhlit co nejpozději, tzn. až výsledek.

Pavla Trembulaková
pavlat@vyfuk.mff.cuni.cz

Jakub Sláma
kubas@vyfuk.mff.cuni.cz