

Úloha I.E ... Už to vyteklo?

8 bodů; průměr 4,18; řešilo 57 studentů

Voda je záhadná kapalina a záhadně i vytéká z nádob. Proto proveďte následující pokus: do dna dvoulitrové PET láhve udělejte malou díрку. Pak změřte čas, za který voda vyteče ven z láhve pro alespoň osm různých počátečních výšek hladin. Naměřené výsledky nakonec zakreslete do grafu závislosti času výtoku na výšce hladiny¹ a odhadněte, jaká funkce odpovídá naměřeným hodnotám.

Trocha teórie

Ak zospodu fľaše vyrobíme dieru, voda bude celkom očakávateľne vytekať. Tento jav ale vieme vysvetliť aj fyzikálne. Pozrime sa na malý objem vody tesne nad dierou. Zhora na tento objem tlačí najskôr atmosférický tlak p_{atm} (ten pôsobí cez hrdlo fľaše na hladinu) plus hydrostatický tlak $p_h = \rho gh$, kde $\rho = 1 \text{ kg}\cdot\text{dm}^{-3}$ je hustota vody, g tiažové zrýchlenie a h výška hladiny v nádobe. Zdola ale pôsobí len atmosférický tlak p_{atm} .

Preto výsledná sila, ktorá pôsobí na sledovaný objem vody je nenulová a voda musí zrýchlovať (smerom nadol), čo znamená, že voda nám z nádoby vytečie. Navyiac rýchlosť, ktorou voda vyteká, je tiež závislá na výške hladiny.

Tu nastáva komplikácia. Keď z nádoby vytečie trochu vody, aj hladina v nádobe trochu poklesne. To má ale za následok zníženie rýchlosti, s akou voda vyteká, čo má za následok pomalšie klesanie hladiny a tak ďalej. No skrátka, ak by sme chceli vyriešiť vytekanie vody teoreticky, museli by sme použiť komplikovanú vysokoškolskú matematiku (tzv. integrál).

Experiment

V našom prípade teda nebudeme nič počítat, budeme len merať. A samotné meranie je vlastne úplne jednoduché. My sme použili PET fľašu s objemom $V = 2,25 \text{ l}$, ktorá bola približne valcová. Fixkou sme si na nej vyznačili rozostupy po 4 cm, zospodu vyvrtali dieru a pustili sme sa do merania časov vytekania t – viď tabuľku.

Tabuľka 1: Namerané hodnoty

h/cm	t/s
4	117,3
8	184,8
12	233,6
16	274,1
20	309,1
24	341,2

Namerané údaje sme vyniesli do grafu závislosti času t na výške hladiny h . Ako nám už radilo zadanie, na vodorovnej osi je vynesená výška v centimetroch a na zvislej čas v sekundách. V grafe vidíme, že body ležia približne na jednej zahnutej čiare, pripomínajúcej parabolu položenú na bok. To je ale predsa graf funkcie $y = \sqrt{x}$.

¹To znamená, že na x -ovej ose bude výška hladiny a na y -ovej ose pak čas výtoku.

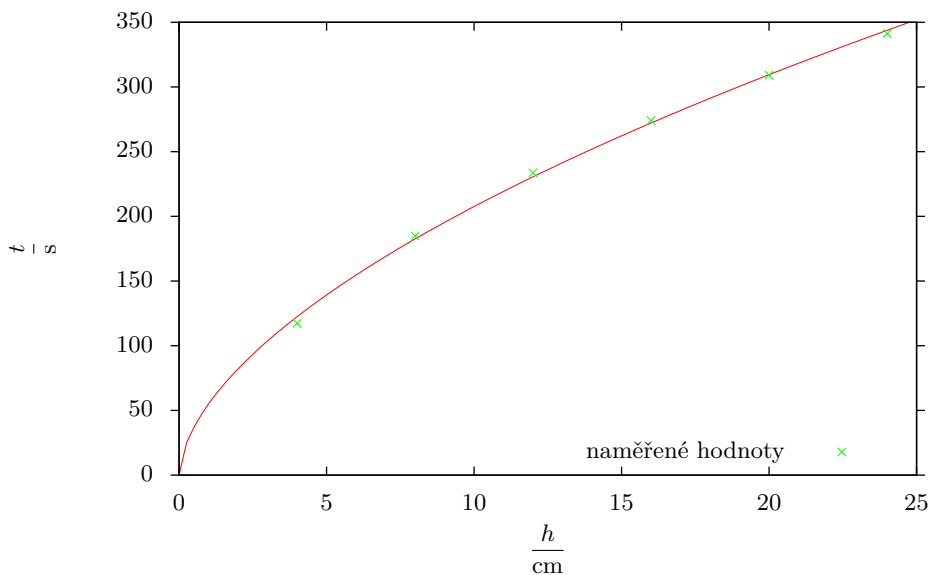
Z nameraných dát môžeme teda odpozorovať, že platí vzorec $t = \sqrt{k h}$, kde k je konštanta, ktorá nesie správnu jednotku² a upravuje rast odmocniny tak, aby čo najpresnejšie kopírovala namerané hodnoty.

Chyby merania

Meranie ovplyvňovalo viacero vecí. Meranie výšky hladiny h znepresňoval fakt, že dno fľaše je členité. Nepresnosť tohto merania odhadujeme preto až na 0,5 cm. Meranie času bolo znepresnené reakčným časom experimentátora (nejaký čas trvá, kým naše telo spracuje signál o stlačení stopiek) a tiež nepresným určením konca vytekania vody. Nepresnosť v meraní času sme preto odhadli na 0,5 s.

Okrem týchto dvoch „prístrojových“ nepresností merania ovplyvňuje aj fakt, že fľaša nebola úplne presne valcová, čo ovplyvnilo každé jedno meranie. Takejto chybe hovoríme systematická chyba.

²Jednotka k musí byť $\text{s}^2 \cdot \text{m}^{-1}$, aby po vynásobení jednotkou h (meter) a odmocnení zostala jednotka času sekunda. Navyše intuitívne cítime, že by čas mal závisieť aj od gravitačného zrýchlenia g . Inak sa totiž leje voda na Mesiaci a inak na Zemi. Tým pádom už vieme presne, čomu sa rovná k . Je to $k = C/g$, kde C je nejaké číslo.



Obr. 1: Graf závislosti času výtoku vody na výšce hladiny

Patrik Švančara
pato@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.