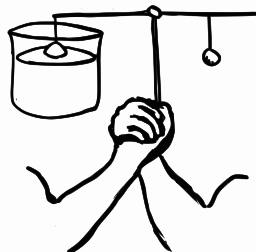


Úloha VI.3 ... Vodopáka

4 body; průměr 3,23; řešilo 61 studentů

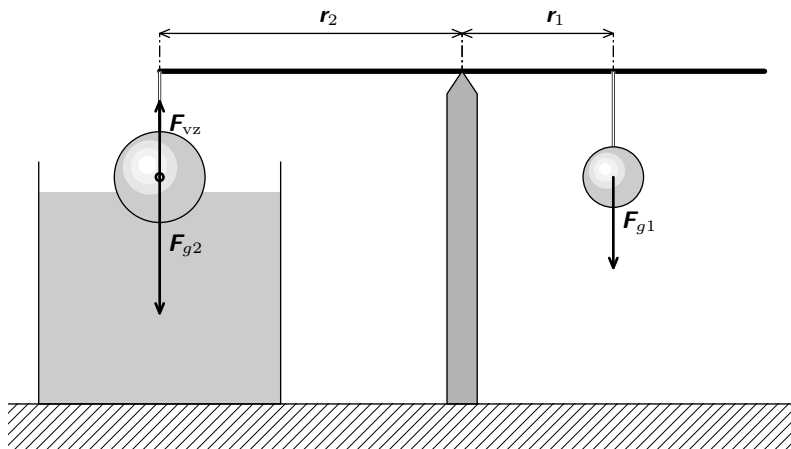
Radka našla doma velmi lehkou páku s rameny dlouhými $l = 20 \text{ cm}$ a dvě dřevěné kuličky se stejnou hustotou $\rho = 600 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, ale s různými hmotnostmi: $m_1 = 10 \text{ g}$ a $m_2 = 15 \text{ g}$. Těžší kuličku nechala plovat na hladině vody¹ v kádince a připevnila ji na jeden konec páky. Páku se jí podařilo vyvážit, když lehčí kuličku uvázala do středu protilehlého ramene. Jaký objem těžší kuličky byl ponořen ve vodě? Výsledek udejte v m^3 .



Aby bola celá sústava v pokoji, nemôže sa otáčať. Preto musí byť súčet všetkých *momentov síl*, ktoré pôsobia na ramená váhy rovný nule. Do úvahy je potrebné brať momenty a nie obyčajné sily preto, lebo tieto sily nepôsobia rovnako ďaleko od závesu, a teda nespôsobujú rovnaký otáčavý účinok. Sily F_{g2} a F_{vz} pôsobia vo vzdialenosti $r_2 = l$ od osi otáčania a sila F_{g1} pôsobí len vo vzdialenosti $r_1 = l/2$. Rovnosť momentov zapíšeme v tvare

$$M_1 + M_2 + M_3 = 0,$$

kde sme označili: M_1 moment tiažovej sily menšej guľôčky F_{g1} , M_2 moment tiažovej sily väčšej guľôčky F_{g2} , M_3 moment vztlakovej sily F_{vz} .



Obr. 1: Momenty síl pôsobiace na páku

Za kladný moment sily považujeme silu, ktorá sa snaží otáčať sústavou proti smeru hodinových ručičiek a za záporný moment sily považujeme silu, ktorá pôsobí v smere hodinových ručičiek. V našom prípade je kladný len moment sily F_{g2} , ostatné sú záporné

$$F_{g2}r_2 - F_{g1}r_1 - F_{vz}r_2 = 0.$$

¹Hustota vody je $\rho_v = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Z Archimedovho zákona vieme, že veľkosť vztlakovej sily sa rovná tiaži kvapaliny vytlačenej ponoreným telesom. Ak je ponorený objem guľičky V_p vo vode s hustotou ρ_v , tak hmotnosť vytlačenej vody bude $m_v = \rho_v V_p$. Tiaž tejto kvapaliny je rovná vztlakovej sile

$$F_{vz} = m_v g = \rho_v V_p g.$$

Teraz už stačí do rovnice rovnováhy momentov síl dosadiť tento vzťah spolu s vyjadrením ťažových síl pomocou ťažovej konštanty g a úpravou zistiť objem ponorenej časti V_p . V poslednom kroku sme využili vzťahy medzi l , r_1 a r_2 .

$$\begin{aligned} m_2 g r_2 - \rho_v V_p g r_2 - m_1 g r_1 &= 0, \\ (m_2 - \rho_v V_p) r_2 &= m_1 r_1, \\ V_p &= \frac{m_2 - \frac{r_1}{r_2} m_1}{\rho_v}, \\ V_p &= \frac{m_2 - \frac{1}{2} m_1}{\rho_v}. \end{aligned}$$

Teraz nám už iba ostáva dosadiť, ale nie príliš rýchlo. Všetko treba predtým popremieňať do základných jednotiek SI.

$$V_p = \frac{15 \cdot 10^{-3} \text{ kg} - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}} = 10^{-5} \text{ m}^3.$$

Nezľaknime sa veľmi malého čísla, výsledok je v m^3 . Pri premene na cm^3 je to už 10 cm^3 , čo je číslo, ktoré sa nám nezdá tak nereálne.

Poznámky k došlým riešením

Najčastejšia chyba v riešeniach bola, že ste namiesto ρ_v dosadili hustotu telesa $\rho = 600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Archimedov zákon ale hovorí: Veľkosť vztlakovej sily sa rovná **tiaži kvapaliny** vytlačenej ponoreným telesom.

Upozorníme ešte na jednu fyzikálne nesprávnu formuláciu. Guľička ponorená v kvapaline váži rovnako, ako váži na vzduchu. Hmotnosť je totižto konštantna, nech s telesom robíme čo chceme. Po ponorení do vody ako v zadaní nemôžeme prehlásiť, že guľička váži napríklad $m = 5 \text{ g}$. Oveľa správnejšia je formulácia: guľička pôsobí na páku ako keby vážila 5 g , alebo pôsobí na páku silou $F = 0,05 \text{ N}$.

Michal Červeňák
miso@vfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.