

## Úloha VI.1 ... Kořeny

3 body; průměr 2,79; řešilo 53 studentů

Franta z Rána se začel do knihy, jejíž žánr byl na pomezí sci-fi a mystery literatury.

Zrovna přišel ke kapitole, kde neznámý hlavní hrdina hledá čtyři kořeny – kořen rebarbory, závoru, ibišku a také lotosový kořen.

Kouzelná kniha, která je popsána ve Frantově knize, neznámému hrdinovi radila, že tyto kořeny se skrývají pod řešením (kořeny) následující rovnice

$$256s^4 - 4097s^2 + 16 = 0.$$

Naleznete všechny čtyři kořeny.

Už při prvom pohľade na zvláštne vyzerajúcu rovnicu počujeme v hlave tichý šepot, ktorý hovorí: „kvadratická rovnica“. Avšak namiesto klasických členov  $x^2$  a  $x$ , na aké sme pri kvadratických rovniciach zvyknutí, vidíme nepekne vyzerajúce členy  $256s^4$  a  $4097s^2$ . Tento problém sa dá vyriešiť krokom nazývaným substitúcia. Totiž, namiesto toho, aby sme priamo hľadali korene  $s$ , budeme najskôr hľadať čísla  $t$ , pričom platí

$$t = s^2,$$

a až potom z nich dopočítame priamo korene  $s$ . No nie je to úžasné? Zadaná rovnica po zavedení substitúcie bude vyzerat takto

$$256t^2 - 4097t + 16 = 0.$$

Toto je už riešiteľná kvadratická rovnica.

Ak si napíšeme kvadratickú rovnicu v tvare  $ax^2 + bx + c = 0$  vieme ju všeobecne vyriešiť pomocou vzorca

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

pričom  $D$  je takzvaný diskriminant, pre ktorý platí  $D = b^2 - 4ac$ . Najlepšie na ňom je to, že pomocou neho vieme určiť, koľko riešení bude mať naša rovnica: Ak platí  $D > 0$ , bude mať 2 rôzne riešenia, ak  $D = 0$ , bude mať jedno riešenie a ak je  $D < 0$ , rovnica nebude mať riešenie v obore reálnych čísel.

A teraz, keď už vieme všetko potrebné, môžeme vyriešiť našu rovnicu. Najprv si určíme, čo dosadíme do vzorca namiesto písmeniek  $a$ ,  $b$  a  $c$ :

$$a = 256,$$

$$b = 4097,$$

$$c = 16.$$

Vyjadrime si diskriminant  $D$ .

$$D = b^2 - 4ac = 4097^2 - 4 \cdot 256 \cdot 16 = 16\,769\,025,$$

a podľa uvedeného vzorca dorátajme korene  $t$ . Dostávame dve riešenia

$$t_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{4097 + 4095}{512} = 16,$$

$$t_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{4097 - 4095}{512} = \frac{1}{256}.$$

Nezabúdajme ale, že na tomto mieste sa naša práca nekončí. Úlohou bolo nájsť čísla  $s$ , nie čísla  $t$ . Tie ale nemôžeme iba odmocniť. Nezabúdajme, že aj rovnica  $t = s^2$  nadobúda pre  $s$  dve riešenia, a to

$$s_{1,2} = \pm\sqrt{t}.$$

Hľadanými koreňmi sú teda 4 čísla

$$s_1 = \sqrt{t_1} = 4,$$

$$s_2 = -\sqrt{t_1} = -4,$$

$$s_3 = \sqrt{t_2} = \frac{1}{16},$$

$$s_4 = -\sqrt{t_2} = -\frac{1}{16}.$$

Riešením rovnice Frantovej knihy sú čísla  $s = \{-4, -1/16, 1/16, 4\}$ , čo sú korene rebarbory, zázvoru, ibišteka a lotosu, ktoré hlavný hrdina hľadal.

*Jakub Bahyl*  
kubo@fykos.cz

*Karolína Šromeková*  
cajka@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.