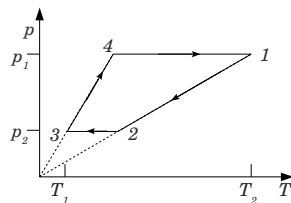


## Úloha III.C ... Co se to děje?

5 bodů; průměr 2,23; řešilo 47 studentů

- a) Zjistěte, jakou jednotku mají součiny  $pV$  a  $nRT$ .  
 b) 1 mol ideálního plynu jsme izobaricky zahřáli o 20 K. O kolik stoupl tlak, když víme, že původní tlak byl  $p_0 = 50\,000\text{ Pa}$  a objem  $V_0 = 1\text{ m}^3$ ?  
 c) Překreslete  $pT$  diagram na obrázku na  $pV$  diagram. Vypočítejte makroskopickou práci, kterou při tomto ději plyn vykonal.



Jednotka součinu  $pV$  je rovná jednotce tlaku (Pa) vynásobené jednotkou objemu ( $\text{m}^3$ ). Bohužel, v textu seriálu byl rozmer pascalu zle udaný – správná hodnota má byť  $\text{Pa} = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ . Ďakujeme početnej skupine riešiteľov, ktorí si tento omyl všimli a zároveň sa zaň ospravedľujeme.<sup>1</sup> Súčin jednotiek stačí iba upraviť

$$[pV] = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^3 = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = \text{J}.$$

K rovnakému výsledku dospejeme aj pri druhom súčine

$$[nRT] = \text{mol} \cdot \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot \text{K} = \text{J}.$$

To, že sme dostali rovnaké jednotky, je dôležitá – musí to tak byť, pretože rovnica  $pV = nRT$  musí platiť aj pre jednotky.

Zaujímavé je zamyslieť sa, prečo nám vyšli práve jednotky energie, jouly. Naznačili sme to už v seriáli. Pravá strana rovnice obsahuje teplotu, o ktorej sme si povedali, že je nejaký vnútorný prejav energie plynu. Ľavá strana rovnice zasa popisuje vonkajší prejav tej istej energie – plyn s väčšou energiou má vyšší tlak a/alebo objem.

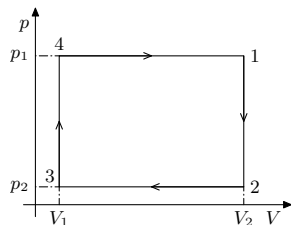
Druhá časť úlohy bola podfuk – ak plyn zohrievame *izobaricky*, znamená to, že jeho tlak sa nemení. Tlak teda nestúpol :-). Viacerí z vás ste počítali zmenu objemu, ktorú sme od vás nevyžadovali. Preto pripomíname: *ak by vám v budúcnosti nebolo v zadaní niečo jasné, neváhajte a vaše otázky píšete na adresu vyfuk@fykos.cz, kde vám radi odpovieme.*

V poslednej časti úlohy sme mali za úlohu prekresliť  $pT$  diagram na  $pV$  diagram.

Musíme teda identifikovať jednotlivé deje, ktoré plyn zažíva. Deje  $2 \rightarrow 3$  a  $4 \rightarrow 1$  sú celkom zjavne deje izobarické – vidíme, že tlaky  $p_1$  a  $p_2$  sa počas jednotlivých dejov nemenia. Problematickejšia je druhá dvojica dejov. Väčšina správne určila, že sú to deje izochorické, nevidela však správny argument prečo. Pozrieme sa na to spoločne: vidíme, že sú to priamky, ktoré *prechádzajú nulou* – táto podmienka je dôležitá, ukážeme si dôvod:

Všeobecná priamka ako funkcia  $y(x)$  je popísaná rovnicou  $y = ax + b$ , pre priamku prechádzajúcu nulou platí  $b = 0$ , teda zápis funkcie je jednoducho  $y = ax$ . Porovnajme si tieto vzťahy so vzorcom pre izochorický dej odvodený v seriáli

$$p = \frac{nR}{V}T.$$



Obr. 1:  $pV$  diagram zadaného deja

<sup>1</sup> „Náš ústav se vám, pane Hudečku, mými ústy co nejsrdečněji omlouvá za toto politování hodné nedopatření, ke kterému dochází maximálně jednou za deset let!“ – Jáchyme, hoď ho do stroje!

Hned vidíme, že závislost  $p(T)$  má rovnaký tvar závislosti ako priamka prechádzajúca nulou. Priamka, ktorá neprechádza nulou buď nepopisuje ideálny plyn, alebo popisuje nejakú komplikovanejšiu sústavu, pre ktorú neplatí stavová rovnica uvedená vyššie.

Tým sme dokázali, že plyn vykoná 2 izochorické a 2 izobarické deje.  $pV$  diagram bude teda tvoriť pekný obdĺžnik.

Spočítať makroskopickú prácu je jednoduché – je to jednoducho plocha obdĺžnika so stranami  $p_1 - p_2$  a  $V_2 - V_1$ . V zadaní sa však objemy nevyskytujú, preto by sa patrilo ich vyjadriť zo stavovej rovnice pomocou zadaných teplôt a tlakov. Pre body 1 a 3 platí

$$V_2 = nR \frac{T_2}{p_1} \quad V_1 = nR \frac{T_1}{p_2}.$$

Preto je celková práca  $W$

$$\begin{aligned} W &= (p_1 - p_2)(V_2 - V_1) = nR(p_1 - p_2) \left( \frac{T_2}{p_1} - \frac{T_1}{p_2} \right) = \\ &= nR(p_1 - p_2) \left( \frac{p_2 T_2 - p_1 T_1}{p_1 p_2} \right). \end{aligned}$$

*Patrik Švančara*  
patrik@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.