

Úloha III.2 ... Kladka

2 body; průměr 0,77; řešilo 95 studentů

Zedníci Karel & Kryšpín právě dokončují opravy Matfyzu. Na střeše mají připevněnou kladku o zanedbatelné hmotnosti, která pracuje bez tření. Karel na střeše přivázal na lano pytel o hmotnosti $m_1 = 75$ kg. Na zemi jistí lano Kryšpín o hmotnosti $m_2 = 50$ kg tak, že je na lano přivázaný. Karel & Kryšpín si však brzy uvědomili, že gravitace funguje, a tak má Kryšpín o zážitek postaráno. Matfyzáka u okna v 5. patře zajímá, jakou silou je napínáno lano, na kterém visí Kryšpín. Můžete mu poradit?

Na obrázku jsou znázorněny síly působící na tělesa a lano na kladce. Pytel má větší hmotnost než Kryšpín, a proto výslednice působících sil uvádí tělesa do zrychleného pohybu tak, že pytel padá k zemi a Kryšpín je vytahován vzhůru. Mezi pytlem a Kryšpínem je pevné napnuté lano, které mezi nimi udržuje konstantní vzdálenost. Z toho vyplývá, že obě tělesa se pohybují se stejným zrychlením a .

Mnozí z vás jste toto zrychlení do vašich úvah nezapočítali. Vždy musíme vycházet z nějakého platného zákona. Tady nám 2. Newtonův zákon říká, že výslednice působících sil způsobuje zrychlení tělesa. Proto sčítáme síly¹ působící na pytel a Kryšpína.

$$F_p = F_{g_p} - T,$$

$$F_K = -F_{g_K} + T.$$

Za tíhovou sílu si dosadíme a výslednou sílu položíme dle Newtona rovnu součinu hmotnosti a zrychlení. Tyto rovnice se také nazývají pohybové rovnice

$$m_p a = m_p g - T,$$

$$m_K a = -m_K g + T.$$

Všimněme si, že tahovou sílu lana T jsme označili na obou koncích lana stejně. To proto, že tyto síly jsou si rovny i ve skutečnosti. Kdyby stejné nebyly, ihned by na kladku působila nějaká nenulová výsledná síla, která by kladku ještě více roztočila. Pytlu i Kryšpínovi by dodala ještě větší zrychlení, které by podle pohybových rovnic právě vyrovnali nerovnováhu síly T .

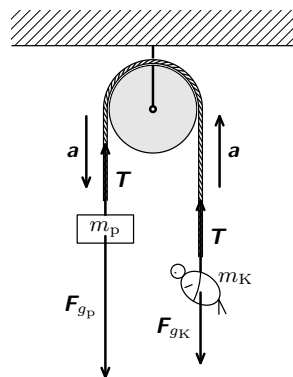
Když jsme si jisti, že rovnice máme zapsané správně, můžeme si ze soustavy pohybových rovnic vyjádřit zrychlení a . Nejdříve obě rovnice sečteme a výsledný vztah poté upravíme.

$$m_p a + m_K a = m_p g - m_K g,$$

$$a(m_p + m_K) = g(m_p - m_K),$$

$$a = g \frac{m_p - m_K}{m_p + m_K}.$$

Vztah pro zrychlení nyní dosadíme do jedné z pohybových rovnic a vyjádříme si tahovou sílu lana T .



Obr. 1: Situace

¹Síly působící nahoru mají znaménko kladné, síly působící dolů záporné.

$$\begin{aligned}
 T &= m_K a + m_K g = m_K g \frac{m_P - m_K}{m_P + m_K} + m_K g = \\
 &= m_K g \frac{m_P - m_K + m_P + m_K}{m_P + m_K}, \\
 T &= g m_K \frac{2m_P}{m_P + m_K}, \\
 T &= 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot 50 \text{ kg} \cdot \frac{2 \cdot 75 \text{ kg}}{75 \text{ kg} + 50 \text{ kg}} = 588,6 \text{ N}.
 \end{aligned}$$

Pokud pytel dopadne na zem, tělesa jsou v klidu, tedy jejich zrychlení je nulové. Z 2. Newtonova zákona jsou také i výslednice sil u obou těles nulové. To znamená, že na Kryšpína působí gravitační síla $m_K g$, kterou vyrovnává v opačném směru tahová síla lana, jejíž hodnota je také $m_K g$. Tahová síla lana je stejná v celé jeho délce, a proto působí na pytel síla $m_K g$ a ve stejném směru působí na pytel i zem² tak, že tyto síly vyrovnávají tíhovou sílu.

Proto síla po dopadu je

$$T = m_K g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot 50 \text{ kg} = 490,5 \text{ N}.$$

O kladkách a o tahových silách v lanech si můžete více přečíst v dokumentu na adrese³.

Eliška Pilátová
eliska@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

²Odborně je to síla od podložky.

³<http://fks.sk/~juro/docs/kladky.pdf>