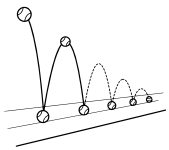
Úloha I.E ... Koeficient restituce

8 bodů



Dan si házel s míčkem o podlahu. Všiml si, že doba mezi dvěma po sobě jdoucími dopady se s každým dalším odrazem zkracuje. To Dana zaujalo a došlo mu, že za to může nedokonalá pružnost míčku.

Změřte časové intervaly mezi jednotlivými dopady a pomocí nich určete koeficient restituce (poměr velikosti rychlosti míčku po srážce a před srážkou).

Pokud chcete měřit časové intervaly přesně, můžete k tomu použít například aplikaci Phyphox, která je zdarma ke stažení na Google Play nebo na App Store. Čas mezi odrazy v ní můžete měřit pomocí funkce (Ne)pružná srážka, kterou najdete v sekci Mechanika.

Teorie

Pustíme-li míček volným pádem, můžeme pozorovat, že po každém odrazu od země míček vystoupá do nižší výšky než při odrazu předchozím. Při reálném nárazu se část kinetické energie přemění na vnitřní energii tělesa, energii kmitů a zvuku, takže se míček po odrazu pohybuje menší rychlostí.

Koeficient restituce je definován jako poměr velikosti relativní rychlosti, kterou se tělesa po srážce vzdalují! v', k velikosti relativní rychlosti, kterou se před srážkou přibližovala (ve směru kolmém k dotykové ploše) v

$$k = \frac{v'}{v}\,.$$

V tomto experimentu jako tělesa bereme míček a podlahu. Pohyb podlahy, respektive Země, můžeme vzhledem k její mnohonásobně větší hmotnosti zanedbat, stačí sledovat pouze rychlost míčku. Označme v_i velikost rychlosti míčku bezprostředně po i-tém odrazu a T_i čas mezi i-tým a $(i+1)$. odrazem. Po odrazu se míček pohybuje svislým vrhem vzhůru. Při zanedbání odporu vzduchu mu trvá

$$t_\mathrm{v} = \frac{v_i}{g}\,,$$

než dosáhne nejvyššího bodu. Stejně dlouho poté padá zpět k podlaze, takže pro čas mezi dvěma po sobě jdoucími odrazy platí

$$T_i = \frac{2v_i}{g}\,.$$

Těsně před následujícím odrazem má míček opět rychlost o velikosti v_i. Je-li k koeficient restituce, bude velikost jeho rychlosti bezprostředně po tomto odrazu

$$v_{i+1} = kv_i.$$

Pro následující časový interval obdobně dostáváme

$$T_{i+1} = \frac{2v_{i+1}}{g}.$$

Poměrem obou časových intervalů získáváme

$$\frac{T_{i+1}}{T_i} = \frac{v_{i+1}}{v_i} = k\,. \tag{1}$$

Koeficient restituce tedy můžeme určit jako poměr dvou po sobě jdoucích časových intervalů mezi odrazy.

Postup měření

Na rovné ploše jsme opakovaně pouštěli postupně 3 typy míčků (tenisový, pingpongový a míček pro kočky) z výšky 1 m, zatímco jsme měřili časy mezi odrazy pomocí aplikace Phyphox.

Do tabulky 1 jsme zaznamenali časy T_1, T_2, T_3 mezi jednotlivými dopady míčku.

	Tenisový míček			Míček pro kočky			Pingpongový míček		
Číslo měření	$\frac{T_1}{\text{s}}$	$\frac{T_2}{\text{s}}$	$\frac{T_3}{\text{s}}$	$\frac{T_1}{\text{s}}$	$\frac{T_2}{\text{s}}$	$\frac{T_3}{\text{s}}$	$\frac{T_1}{\text{s}}$	$\frac{T_2}{\text{s}}$	$\frac{T_3}{\text{s}}$
1	0,66	0,50	0,37	0,56	0,35	0,24	0,77	0,66	0,59
2	0,67	0,50	0,38	0,57	0,37	0,25	0,77	0,66	0,59
3	0,68	0,51	0,40	0,56	0,36	0,23	0,77	0,67	0,59
4	0,67	0,51	0,39	0,57	0,36	0,22	0,76	0,66	0,59
5	0,67	0,51	0,39	0,57	0,37	0,26	0,77	0,66	0,59
6	0,67	0,51	0,40	0,59	0,40	0,27	0,77	0,67	0,59
7	0,67	0,51	0,39	0,57	0,36	0,24	0,77	0,66	0,58

Tabulka 1: Časy mezi odrazy pro jednotlivé míčky

Z časů jsme vypočítali průměrné koeficienty restituce pro každé měření (viz tabulka 2). Jinak řečeno, pro každé měření jsme změřili tři časové intervaly, ze kterých jsme pomocí vzorečku (1) vypočítali dvakrát koeficient restituce, který jsme do tabulky zprůměrovali jako k_{x}. V tabulce jsou také uvedeny průměrné hodnoty pro každý míček.

Typ míčku	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	$\overline{k}$
Tenisový míček	0,75	0,75	0,77	0,76	0,76	0,77	0,76	0,76
Míček pro kočky	0,66	0,66	0,64	0,62	0,68	0,68	0,65	0,66
Pingpongový míček	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,87	0,88

Tabulka 2: Koeficienty restituce pro jednotlivá měření a průměrný koeficient restituce

Diskuze

Naměřené hodnoty koeficientu restituce se při opakovaní měření měnily pro jednotlivé míčky jen málo. Malý rozptyl naměřených hodnot ukazuje na dobrou opakovatelnost měření. Největší rozptyl hodnot pozorujeme u míčku pro kočky, zatímco u pingpongového míčku jsou výsledky téměř shodné.

Nejistotu výsledků ovlivňuje určení okamžiků jednotlivých dopadů v aplikaci Phyphox. Protože koeficient restituce určujeme jako poměr dvou časových intervalů, promítá se nejistota určení obou těchto časů do výsledné hodnoty k.

Závěr

Experimentálně jsme určili koeficient restituce tří různých míčků pomocí časových intervalů mezi jejich odrazy. Pro tenisový míček jsme získali průměrnou hodnotu $k = 0{,}76$, pro míček

pro kočky $k = 0{,}66$ a pro pingpongový míček $k = 0{,}88$.

Největší koeficient restituce měl tedy pingpongový míček a nejmenší míček pro kočky. Naměřené hodnoty byly při opakování experimentu poměrně stabilní, takže metoda poskytovala dobře opakovatelné výsledky.

Alice Dědicová
alice.dedicova@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/.