Úloha I.4 ... Motory raketoplánu

7 bodů

Max se jednou v noci začetl do dokumentů o motorech amerického raketoplánu. Zjistil, že u jednoho z jeho manévrovacích motorů byl přívod paliva do spalovací komory zajištěn pouze vysokým tlakem v nádržích. Aby byl i při vyprazdňování nádrží tlak stálý, nádrže se průběžně plnily heliem. Po celý let se teplota v nádržích neměnila. Každý motor měl palivové nádrže o celkovém objemu $5{,}09\,\mathrm{m}^3$*, které byly pomocí helia celou dobu drženy pod tlakem* $1{,}7\,\mathrm{MPa}$*. Max bohužel nenašel, jak velká byla nádrž na helium, zjistil ale, že měla tvar koule a že každý motor měl svou vlastní nádrž na helium. Ze začátku, když byly palivové nádrže plné, v ní byl tlak* $33\,\mathrm{MPa}$*. Po vyprázdnění palivových nádrží musel zůstat v nádrži na helium tlak alespoň* $3{,}2\,\mathrm{MPa}$*. Jaký nejmenší poloměr mohla mít nádrž s héliem?*

Ze začátku se všechno helium nachází v heliové nádrži, ve které je podle zadání počáteční tlak $p_0 = 33\,\mathrm{MPa}$. Helium se z této nádrže postupně upouští do palivových nádrží. Víme, že palivové nádrže mají objem $V_\mathrm{p} = 5{,}09\,\mathrm{m}^3$ a po celou dobu letu v nich je díky heliu tlak $p_\mathrm{p} = 1{,}7\,\mathrm{MPa}$. Po spotřebování všeho paliva je celý objem palivových nádrží vyplněn heliem.

K výpočtu potřebného množství helia se nám bude hodit stavová rovnice ideálního plynu

$$pV = nRT\,,$$

kde n je látkové množství plynu, $R = 8{,}31\,\mathrm{J{\cdot}mol^{-1}{\cdot}K^{-1}}$ je molární plynová konstanta a T je teplota plynu.

Nejdříve z rovnice výše vyjádříme potřebné látkové množství helia

$$n_\mathrm{p} = \frac{p_\mathrm{p} V_\mathrm{p}}{RT}\,.$$

Nyní vyjádříme látkové množství helia, které bylo na začátku v heliové nádrži. Ta má neznámý objem V_He a počáteční tlak helia v ní byl $p_0 = 33\,\mathrm{MPa}$. Počáteční látkové množství uvnitř tak je

$$n_0 = \frac{p_0 V_\mathrm{He}}{RT}\,.$$

Na konci však v této nádrži pořád musí zůstat tlak $p_1 = 3{,}2\,\mathrm{MPa}$ a tedy látkové množství

$$n_1 = \frac{p_1 V_\mathrm{He}}{RT}\,.$$

Na začátku se všechno helium nachází v heliové nádrži, na konci je část v palivových nádržích a část zůstane v heliové nádrži. Látková množství n_0, n_1 a n_p tak můžeme dát do rovnosti

$$n_0 - n_1 = n_\mathrm{p}\,.$$

Když za látková množství dosadíme vztahy výše, dostaneme rovnici

$$\frac{p_0 V_\mathrm{He}}{RT} - \frac{p_1 V_\mathrm{He}}{RT} = \frac{p_\mathrm{p} V_\mathrm{p}}{RT} \quad \Rightarrow \quad p_0 V_\mathrm{He} - p_1 V_\mathrm{He} = p_\mathrm{p} V_\mathrm{p}\,.$$

Jelikož je teplota po celou dobu stálá, můžeme ji i s plynovou konstantou R pokrátit. Teď už můžeme vyjádřit objem heliové nádrže

$$V_\mathrm{He} = \frac{p_\mathrm{p} V_\mathrm{p}}{p_0 - p_1} \doteq 0{,}29\,\mathrm{m}^3\,.$$

Nádrž má podle zadání tvar koule. Pomocí vztahu pro objem koule si odvodíme její poloměr

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}\,.$$

Teď už nám stačí jen dosadit do vzorce pro poloměr objem nádrže V_{He}

$$r = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}\,\frac{p_{\mathrm{p}}V_{\mathrm{p}}}{p_0 - p_1}} \doteq 0{,}41\,\mathrm{m}\,.$$

Aby zůstal v plynové i heliové nádrži správný tlak, nádrž na helium musela mít poloměr alespoň 0,41 m.

Max Menčík
max.mencik@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/.