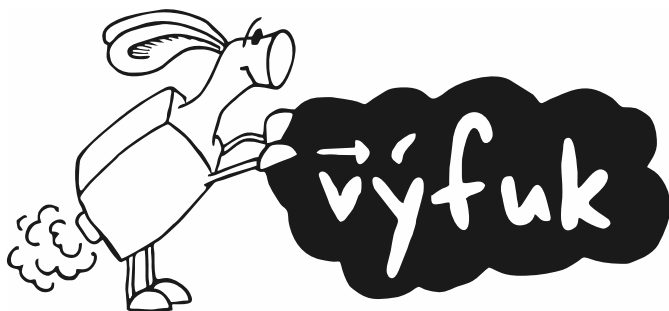




výpočty fyzikálních úkolů

Milí kamarádi,

vítáme vás u první série šestnáctého ročníku korespondenčního semináře Výfuk (Výpočty fyzikálních úkolů). Tento seminář je soutěž pro žáky druhého stupně základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií, účastnit se mohou však i žáci mladší. Seminář se skládá ze šesti sérií příkladů, které vydáváme v průběhu roku, a na řešení každé z nich máte několik týdnů. Každá série sestává z jedné jednodušší úlohy pro žáky šesté a sedmé třídy, jedné matematické, dvou zajímavých fyzikálních úloh, jedné složitější fyzikální úlohy a jedné úlohy experimentální, která očekává i vlastní provedení experimentu. Poslední, sedmá úloha, se týká naučného textu Výfučení, který vydáváme ke každé sérii a který se věnuje nějakému méně běžnému zajímavému fyzikálnímu tématu.

Svůj postup řešení vypracujte pro každou úlohu na zvláštní papír a odevzdejte buď papírově na adresu uvedenou na konci brožurky, nebo elektronicky v systému FKSD¹. My vaše řešení opravíme, obodujeme a pošleme zpátky s komentáři. Také na našem webu a v brožurce o sérii později zveřejníme vzorová řešení jednotlivých úloh a průběžné pořadí řešitelů. Na konci ročníku nejlepší řešitele oceníme věcnou cenou – knihou, společenskou hrou nebo jinou cenou.

Navíc můžete získat i drobné ceny v průběhu roku řešením našeho binga, a to vyškrtáním splněných úkolů v tabulce s danou odměnou a odesláním tabulky poštou nebo na náš mail.

Kromě korespondenčního semináře pro vás pořádáme i několik prezenčních akcí. První z nich je Podzimní setkání, které se bude konat v Praze v termínu 6. – 8. listopadu. Můžete se těšit na zajímavé hry, přednášky či exkurzi na vědecké pracoviště. Podobnou akcí je pak ještě Jarní setkání, které se ovšem koná mimo Prahu v jiném velkém městě. Od 14. ročníku se také koná Zimní víkendovka s více komornější atmosférou mimo města. Největší výfučí akcí je pak Letní tábor pro nejlepší řešitele, který trvá dva týdny a opět se můžete těšit na mnoho her, přednášek i dalšího zajímavého programu.

Doufáme, že vás řešení Výfuku bude bavit a těšíme se na setkání na některé z našich akcí!

Organizátoři
vyfuk@vyfuk.org

¹<https://db.fykos.cz>



Zadání I. série



Termín odeslání: 12. 10. 2026 20.00

Úloha I.1 ... Intervaly MHD ⑥ ⑦

5 bodů

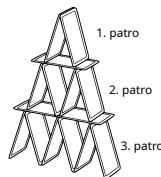
Když se organizátoři Výfuku potřebují dostat z vysokoškolských kolejí, mohou jet jednou ze tří autobusových linek. První autobus odjíždí každých 6 minut, druhý každých 9 minut a třetí jede ze zastávky každých 5 minut. Právě je 15:00 a ze zastávky vyjíždějí všechny tři linky zároveň. Kolikrát v následující hodině (15:01 až 16:00) pojede ze zastávky alespoň jeden autobus a organizátoři se tak budou moct dostat pryč z kolejí? Všechny autobusy jezdí načas.



Úloha I.2 ... Karty ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

5 bodů

Lukáš si chce postavit klasický domeček z karet a zajímá ho, na kolik pater mu bude stačit jeden balíček. Patra domečku se číslují odshora dolů. Patro úplně nahoře tedy bude první, spodní bude n -té. V n -tém patře je vedle sebe vždy n dvojic karet postavených do střížky. Mezi každými dvěma sousedními střížkami je položena jedna další karta (viz obrázek třípatrového domečku). Kolik pater Lukáš maximálně postaví pomocí jednoho balíčku o 52 kartách?



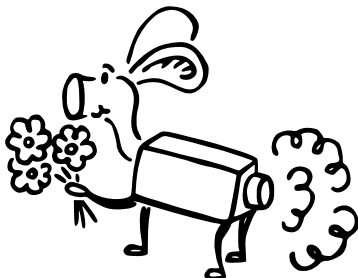
Úloha I.3 ... Stíhačka na lodi ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

6 bodů

Když Kačka nedávno sledovala dokument o letounech, nejvíce ji fascinovalo přistávání stíhaček na letadlových lodích. Zajímalo ji, jak může tak obrovská věc bezpečně zastavit na tak malém kousku paluby. Vyhledala si proto podrobnosti o jednom konkrétním přistání. Zjistila, že stíhačka o hmotnosti $m = 15 \text{ t}$ dosedá na palubu rychlostí $v = 240 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. V okamžiku doteku se její záďový hák zachytí o brzdící lano, které ji bez použití jakýchkoliv jiných brzd rovnoměrně zpomaluje až do úplného zastavení na dráze dlouhé $l = 90 \text{ m}$.



Stejně jako Kačka určete velikost průměrné brzdné síly F , kterou lano působí na hák stíhačky během přistávání, a spočítejte také celkovou dobu t , za kterou stíhačka od zachycení lana zcela zastaví.



Úloha I.4 ... Motory raketoplánu ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

7 bodů

Max se jednou v noci začel do dokumentů o motorech amerického raketoplánu. Zjistil, že u jednoho z jeho manévrovacích motorů byl přívod paliva do spalovací komory zajištěn pouze vysokým tlakem v nádržích. Aby byl i při vyprazdňování nádrží tlak stálý, nádrže se průběžně plnily heliem. Po celý let se teplota v nádržích neměnila. Každý motor měl palivové nádrže o celkovém objemu $5,09 \text{ m}^3$, které byly pomocí helia celou dobu drženy pod tlakem $1,7 \text{ MPa}$. Max bohužel nenašel, jak velká byla nádrž na helium, zjistil ale, že měla tvar koule a že každý motor měl svou vlastní nádrž na helium. Ze začátku, když byly palivové nádrže plné, v ní byl tlak 33 MPa . Po vyprázdnění palivových nádrží musel zůstat v nádrži na helium tlak alespoň $3,2 \text{ MPa}$. Jaký nejmenší poloměr mohla mít nádrž s heliem?

Úloha I.5 ... Nádrž na vodu ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

8 bodů

Viktora zajímalo, jak dlouho by trvalo vypustit všechnu dešťovou vodu z nádrže, která má tvar krychle o výšce $H = 1 \text{ m}$. Nádrž ale zrovna byla plná jen ze 70 % a jemu se nechtělo čekat, až zbytek naprší. Viktor tedy bez čekání otevřel ventil ve spodní části nádrže. Zapomněl však otevřít vzduchotěsné víko na nádrži, a tak vytékáním vody začal v nádrži vznikat podtlak. Po chvíli zjistil, že voda přestala z nádrže vytékat. Pomozte mu spočítat, v jaké výšce h_e se hladina ustálila.



1. Vyjádřete původní výšku hladiny h_0 v nádrži a určete, jak závisí objem části nádrže naplněné vzduchem V_{vz} na výšce hladiny vody v nádrži h .
2. Za předpokladu, že je děj probíhající se vzduchem při vypouštění nádrže izotermický, určete závislost tlaku vzduchu v nádobě p_{vz} na výšce hladiny vody.
3. Napište rovnici pro tlaky, která platí v situaci, kdy se hladina v nádobě ustálí a voda již dále nevytéká.
4. Určete výšku h_e , na které se hladina vody v nádrži ustálila.

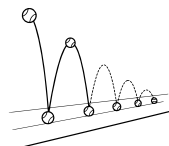
Potřebné konstanty si dohledejte.

Úloha I.E ... Koeficient restituce ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

8 bodů

Dan si házel s míčkem o podlahu. Všiml si, že doba mezi dvěma po sobě jdoucími dopady se s každým dalším odrazem zkracuje. To Dana zaujalo a došlo mu, že za to může nedokonalá pružnost míčku.

Změřte časové intervaly mezi jednotlivými dopady a pomocí nich určete koeficient restituce (poměr velikosti rychlosti míčku po srážce a před srážkou).



Pokud chcete měřit časové intervaly přesně, můžete k tomu použít například aplikaci Phyphox, která je zdarma ke stažení na Google Play nebo na App Store. Čas mezi odrazy v ní můžete měřit pomocí funkce (Ne)pružná srážka, kterou najdete v sekci Mechanika.

Úloha I.V ... Realistická ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

7 bodů

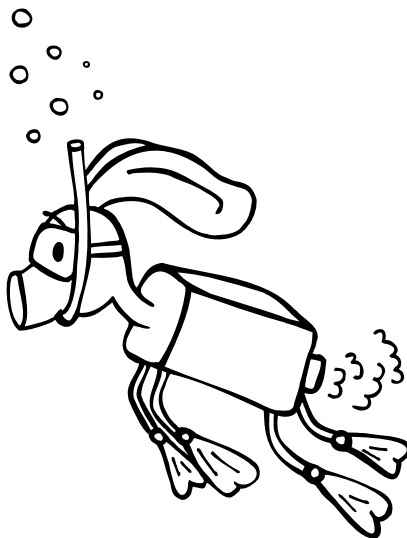
Vojta dostal jako dárek od Áji poukaz na let horkovzdušným balónem. Místo obdivování krajiny ale let využil na provádění svých úkolů do fyziky. Vojta na spod horkovzdušného balónu tedy pověsil zvon a měřil, jakou hlasitostí ho může slyšet. Vojta vyklánějící se z koše balónu je ve vzdálenosti $d = 2\text{ m}$ od zvonícího zvonu a zaznamenává hladinu intenzity zvuku $L_1 = 110\text{ dB}$. Jak vysoko může balón vystoupat, aby Ája, která stojí na zemi přímo pod balónem, slyšela zvon s hladinou intenzity zvuku alespoň $L_2 = 40\text{ dB}$?

1. Určete, jakou akustickou intenzitu I_1 vnímá Vojta a jaká akustická intenzita I_2 odpovídá stanovené hranici $L_2 = 40\text{ dB}$.
2. Se znalostí intenzit I_1 a I_2 vypočítejte maximální výšku balónu nad zemí $h_{\max}$, do které může vystoupat.

Předpokládejte, že se zvuková energie šíří okolo zvonu rovnoměrně a že balón je dostatečně nízko a atmosféra zde má stejné vlastnosti jako na zemském povrchu.

Jednoho dne se zvon připevněný na balónu rozbil a Vojta se rozhodl, že ho nahradí modernější a pro lidi pod ním i bezpečnější variantou – reproduktorem ve tvaru koule s účinností $\eta = 2\%$.

3. Spočítejte, jaký příkon by musel Vojta dodávat reproduktoru, aby plně nahradil původní zvon – tj. vytvářel takový akustický výkon, že ve stejné výšce $h_{\max}$ nad zemí bude zvon ze země slyšitelný s hladinou intenzity zvuku L_2 .





Výfučtení: Zvuk

Možná jste už někdy slyšeli, že zvuk se ve vzduchu šíří rychlostí přibližně $343 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ nebo že ve vakuu se nešíří vůbec. Zamýšleli jste se někdy nad tím, proč tomu tak je nebo co může rychlost šíření zvuku ovlivňovat? Setkali jste se někdy s veličinami, jako jsou *akustický tlak* nebo *hladina intenzity zvuku*, a nevěděli jste si s nimi rady? Zajímalo vás někdy, proč běžně hlasitost zvuku měříme v decibelech, odkud se tato jednotka vzala a co vlastně myslíme, když mluvíme o „hlasitosti“ zvuku?

Pokud jste na alespoň jednu z těchto otázek odpověděli ano, jste na správném místě. Máte před sebou první Výfučtení 16. ročníku Výfuku, ve kterém se budeme věnovat zvuku a akustice. Postupně si objasníme odpovědi na všechny otázky z předchozího odstavce a přidáme k nim i další otázky a odpovědi na ně.

Co je to zvuk?

Se zvukem se většina z nás setkává každý den a skoro nikdo si neumí představit absolutní ticho. Většinu našich interakcí s ostatními lidmi doprovází zvuk – řeč, slova, hlásky. Snaha o popis zvuku, toho, jak se chová a šíří prostředím okolo nás, je proto zcela přirozená a během historie lidstva se tím zabývalo mnoho různých vědců. Abychom však s nějakým fyzikálním popisem zvuku mohli začít a třeba se zabývat otázkou jeho rychlosti v různých prostředích, musíme si nejprve ujasnit, co to ten zvuk vlastně je.

Zvuk je mechanické vlnění, které se šíří libovolným látkovým prostředím. Pojďme si tuto definici postupně rozebrat. Začneme u vlnění – obecně se za vlnění považuje šíření jakékoliv výchylky prostorem. To, že se jedná o mechanické vlnění, nám určuje, že zmíněná výchylka je tvořena pohybem částic daného prostředí. Jiný běžný typ vlnění je například *elektromagnetické* vlnění, kde výchylku šířící se prostorem představuje periodická změna elektromagnetického pole. Když se přesuneme ke konci definice, narazíme na pojem *látkové prostředí* – ten nám pouze říká, že aby se výchylka v podobě kmitání částic mohla šířit prostorem, musí v něm být právě zmíněné částice.

To nám už částečně nabízí odpověď na první položenou otázku – proč se zvuk nešíří ve vakuu? Odpověď je jednoduchá, ve vakuu nejsou žádné částice, které by mohly kmitat, a proto se v něm zvuk nemůže šířit. Na rozdíl od zvuku se ale vakuem může šířit třeba světlo, které je příkladem elektromagnetického vlnění, protože ke svému šíření nepotřebuje látkové prostředí.

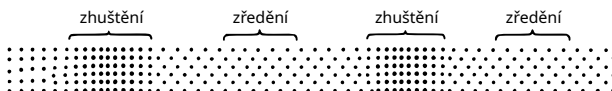
Zároveň, když už víme, že zvuk jsou „jen“ kmitající částice, můžeme si uvést jednu ze základních vlastností každého zdroje zvuku – jeho frekvenci f . Ta udává počet kmitů zdroje zvuku (a zároveň i kmitů částic okolního prostředí) za jednotku času. Používá se pro ni jednotka hertz $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$. Lidské ucho zvládne vnímat frekvence od přibližně 20 Hz až do zhruba 20 000 Hz = 20 kHz. Zvuk s vyšší frekvencí se nazývá *ultrazvuk* a naopak ten s nižší *infrazvuk*.

Rychlost zvuku

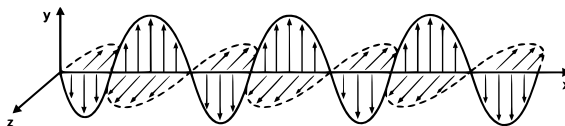
Když už máme nějakou představu o tom, co to je zvuk, přirozeně se nabízí další otázka – jestliže zvuk potřebuje ke svému šíření nějaké látkové prostředí, jak závisí rychlost zvuku na vlastnostech takového prostředí? Co všechno rychlost zvuku v daném prostředí ovlivňuje?

U vlnění obecně dále rozlišujeme dva typy – příčné a podélné. U příčného vlnění dochází ke kmitům ve směru kolmém na směr šíření vlnění, zatímco u podélného vlnění částice kmitají ve směru šíření vlnění. Zvuk se šíří primárně ve formě podélného vlnění, ačkoliv v pevných látkách může vznikat i nějaká složka vlnění příčného. Známým příkladem příčného vlnění je již zmiňované světlo.

Podélné vlnění



Příčné vlnění



Obrázek 1: Náčrt podélného a příčného vlnění

Obecně platí, že zvuk se šíří nejrychleji v pevných látkách, o něco pomaleji v kapalinách a nejpomaleji v plynech. Rychlosti zvuku se mohou v různých skupenstvích lišit i řádově (viz tabulka 1), například rychlost zvuku v oceli může být až 20krát větší než ve vzduchu.

Rychlost zvuku v různých prostředích je ovlivňována mnoha různými faktory a obecně proto platí, že ji nelze jednoduše vypočítat. Existují ale různé přibližné vztahy vycházející z experimentálních měření, které, většinou pro jedno dané prostředí, dávají do vztahu právě rychlost zvuku v něm a nějakou veličinu vhodnou pro dané prostředí. Ve vzduchu je to typicky teplota. Takový vztah pro závislost rychlosti zvuku ve vzduchu na teplotě může vypadat například takto³

$$v = (331,57 + 0,607 \cdot \{t\}) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

kde v značí rychlost zvuku a $\{t\}$ je číselná hodnota teploty vzduchu ve stupních celsia.

U plynů je tedy typickým parametrem ovlivňujícím rychlost zvuku teplota t , u kapalin a pevných látek teplota nehraje takovou roli a rozhodujícími parametry jsou převážně moduly pružnosti (pro kapaliny objemový modul pružnosti K , pro pevné látky moduly pružnosti v tahu E a ve smyku G).

Akustika

Když už máme nějaký teoretický základ pro to, co je vlastně zvuk, a víme, jak se šíří v prostředí, je na čase se podívat na něj tak, jak se s ním setkáme nejčastěji. Ačkoliv je fyzikální popis šíření zvuku určitě důležitým základem, když na nás někdo promluví nebo si pustíme hudbu, málokdo si představí kmitající částice šířící se vzduchem kolem nás. Naopak snad každý se někdy setkal

²U pevných látek je uvedená rychlost šíření podélných vln, rychlost šíření příčných vln je typicky nižší.

³https://cs.wikipedia.org/wiki/Rychlost_zvuku#Rychlost_zvuku_ve_vzduchu

prostředí	t °C	v m·s ⁻¹
vzduch	20	343
CO ₂	25	259
O ₂	25	316
He	25	965
H ₂	25	1 284
voda	25	~ 1 500
ethanol	25	1 207
aceton	25	1 174
Hg	25	1 450
led	-4	~ 3 250
Cu	20	~ 4 600
W	20	~ 5 100
ocel	20	~ 5 900
Al	20	~ 6 200

Tabulka 1: Rychlost zvuku v různých látkách při uvedené teplotě²

s jednotkou *decibel*. Abychom zjistili, odkud se tato jednotka, která na první pohled může vypadat opravdu zvláštně, vzala a správně pochopili její význam, musíme se nejprve od základu podívat na to, jakými veličinami zvuk měříme a popisujeme.

Akustický tlak

Nejzákladnější akustickou veličinou je akustický tlak p . Jeho hodnota v daném místě v prostoru je časově proměnná – mění se kvůli kmitání částic prostředí, které se periodicky přibližují a oddalují. Jednotkou akustického tlaku je, jak jsme zvyklí u jakéhokoliv jiného tlaku, pascal $[p] = \text{Pa}$. Na velké množství výpočtů se používá jeho efektivní hodnota p_{eff} ⁴, podobně jako například u střídavého napětí. Efektivní hodnotu akustického tlaku lze spočítat ze znalostí jeho maximální hodnoty p_{max} jako

$$p_{\text{eff}} = \frac{p_{\text{max}}}{\sqrt{2}}.$$

Hladina akustického tlaku

Akustický tlak je zároveň jednou z veličin, pomocí které můžeme popsat „hlasitost“ zvuku. Protože pojem hlasitosti je subjektivní a pomocí několika psychologických studií bylo dokázáno, že lidské ucho vnímá hlasitost zvuku logaritmicky, zavedla se veličina lépe vystihující hlasitost zvuku – hladina akustického tlaku L_p . Ta je definována jako dvacetinásobek logaritmu poměru efektivní hodnoty akustického tlaku p a referenční hodnoty akustického tlaku $p_0 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, která odpovídá prahu slyšení.

$$L_p = 20 \log \left(\frac{p}{p_0} \right) \quad (1)$$

⁴Spodní index *eff* zde byl použit pouze pro názornost, ve zbytku Výfučení značíme efektivní hodnotu akustického tlaku jen jako p .

Akustická intenzita

Dále se zavádí veličina akustická intenzita (intenzita zvuku) I s jednotkou $[I] = \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$, která je úzce spojená s další veličnou – s akustickým výkonem P . Akustický výkon vyjadřuje množství energie, které zdroj ve formě zvuku vyšle do okolí za jednu sekundu. Jeho jednotkou je watt $[P] = \text{W}$. Akustická intenzita je pak definována jako akustický výkon vztahený na plochu S , do které zdroj zvuk vysílá. Charakterizuje tedy množství zvukové energie, které danou částí plochy projde za jednu sekundu.

$$I = \frac{P}{S}. \quad (2)$$

Když si například představíme reproduktor s konstantním akustickým výkonem P , který vysílá zvuk do všech směrů, bude velikost plochy ve vztahu (2) povrch koule o poloměru R , který bude odpovídat vzdálenosti od reproduktoru. Intenzita zvuku by tedy byla

$$I = \frac{P}{4\pi R^2}.$$

Kdybychom ale měli jiný reproduktor, který vysílá zvuk jen do jedné poloviny prostoru, pak by plocha S byla jen povrchem polokoule a výsledná akustická intenzita by tedy byla při stejném akustickém výkonu dvojnásobná

$$I' = \frac{P}{2\pi R^2}.$$

Intenzita zvuku se (podobně jako jiné veličiny se slovem „intenzita“ ve svém názvu) řídí zákonem inverzních čtverců. To znamená, že její velikost klesá s druhou mocninou vzdálenosti od zdroje zvuku.

$$I \propto \frac{1}{R^2}$$

Hladina intenzity zvuku

I pro akustickou intenzitu se zavádí podobná veličina jako u akustického tlaku – hladina intenzity zvuku L_I opět v decibelech. Je definována jako desetinásobek logaritmu poměru intenzity I a referenční hodnoty intenzity zvuku $I_0 = 10^{-12} \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$, která zhruba odpovídá nejmenší intenzitě, kterou je lidské ucho schopno slyšet.

$$L_I = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right). \quad (3)$$

Vztah mezi akustickou intenzitou I a akustickým tlakem p je následovný

$$I = \frac{p^2}{\rho v}, \quad (4)$$

kde ρ je hustota prostředí, ve kterém se zvuk šíří, a v je rychlost zvuku v tomto prostředí. Z tohoto vztahu přímo vyplývá i vztah mezi hladinou akustického tlaku L_p a hladinou intenzity zvuku L_I – když do vztahu (3) za intenzitu I dosadíme podle vztahu (4), dostaneme na pravé straně výraz

$$10 \log \left(\frac{p^2}{I_0 \rho v} \right) \Rightarrow 20 \log \left(\frac{p}{\sqrt{I_0 \rho v}} \right).$$

Ve výsledném vztahu už lépe vidíme paralelu se vztahem (1) pro hladinu akustického tlaku. Rovnou si prozradíme, že referenční hodnoty prahu slyšitelnosti I_0 a p_0 byly zvoleny tak, aby ve vzduchu za normálních podmínek platilo

$$p_0 \approx \sqrt{I_0 \rho v} \Rightarrow L_p \approx L_I.$$

Za normálních podmínek je tak ve vzduchu hodnota hladiny akustického tlaku a hladiny intenzity zvuku stejná.

Decibel

Ke konci Výfučení se ještě na chvíli zastavíme u jednotky *decibel*. Jedná se o jednotku jak hladiny akustického tlaku L_p , tak hladiny intenzity zvuku L_I . Samotné slovo se skládá ze dvou částí – z předpony *decí*, která je standardní předponou soustavy SI vyjadřující desetinu, a jednotky *bel*. Ta je pojmenována podle známého vynálezce Alexandra Graham Bella.

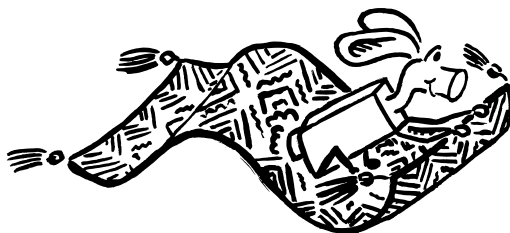
Samotná jednotka bel je dnes již skoro nepoužívaná, každopádně decibelu předala jednu zajímavou vlastnost, kterou je dobré zmínit. Obě dvě jednotky jsou bezrozměrné. Ačkoliv to může znít zvláště, je to zcela logické – bel je jednotkou logaritmu poměru dvou veličin se stejnou jednotkou, z toho vyplývá, že argument logaritmu bude bezrozměrný, a tedy pak i samotný výsledek. To stejné platí pro decibel, ten je jen navíc přenásoben faktorem 10 – odtud také pochází násobky 10 a 20 ve vztazích (1) a (3).

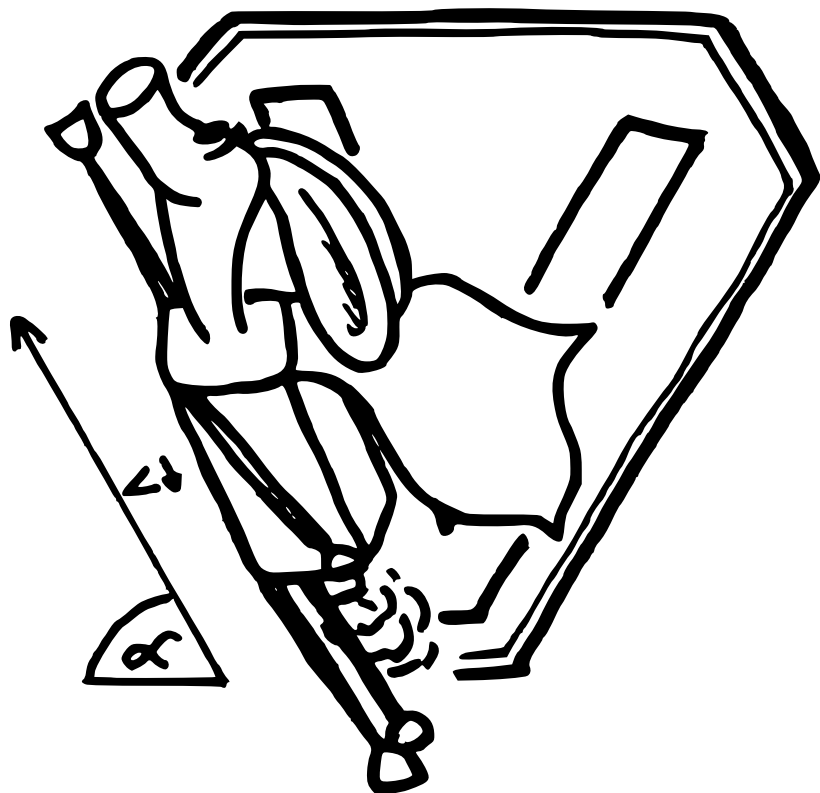
Závěr

V tomto Výfučení jsme si představili zvuk nejprve z mikroskopického pohledu a poté jsme se ponořili do makroskopického světa akustiky a jeho nespočetných veličin. Objasnili jsme si obvyklý chaos v akustických veličinách a zjistili jsme, jak je to s jednotkou decibel. Pokud vás téma zvuku zaujalo a chtěli jste si o něm přečíst více z trochu jiného pohledu, v archivu na webu najdete poměrně rozsáhlé 5. Výfučení 11. ročníku na Teorii hudby, kde jsou dopodrobna probrány aspekty zvuku, na které v tomto Výfučení nezbyl prostor.

Vojtěch Kubrycht

vojtech.kubrycht@vyfuk.org







*Korespondenční seminář Výfuk
UK, Matematicko-fyzikální fakulta
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8*

www: <https://vyfuk.org>
e-mail: vyfuk@vyfuk.org



[/ksvyfuk](#)



[@ksvyfuk](#)

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.