Úloha IX.1 ... Prázdninový kvíz reloaded

10 bodů

Právě jedna odpověď je správná.

1. *Patrik s Hedvi hrají bowling. Patrik hází dvakrát těžší koulí než Hedvi a hodí ji dvojnásobnou rychlostí. Kolikrát větší energii bude mít Patrikova koule?*

   a) *2krát* b) *4krát*

   c) *8krát* d) *16krát*

2. *Šimon a Květa se vsadili, kdo z nich rychleji uběhne maraton. Oba běží stejnou vzdálenost tam a zpátky a oba vůči okolnímu vzduchu běží stejnou rychlostí v. Květě ale fouká při jedné cestě do zad vítr s rychlostí $u < v$ a při cestě zpátky naopak běží proti větru o stejné rychlosti, zatímco Šimon běží celou dobu v bezvětří. Kdo uběhne maraton rychleji?*

   a) *Šimon* b) *Květa*

   c) *oba dorazí zpět ve stejnou chvíli* d) *nelze určit – záleží na konkrétních rychlostech v a u*

3. *Někdy se při počítání dostaneme k opravdu zvláštním výsledkům. Jakou veličinu, označenou x, bychom mohli chtít vypočítat pomocí následujícího vztahu? Uvažujte, že ρ je objemová hustota, S je plocha a g je zrychlení.*

$$x = g\rho\sqrt{S^3}$$

   a) *sílu* b) *rychlost*

   c) *energii* d) *zrychlení*

4. *Kolik nejméně rezistorů s odporem R potřebujeme na sestrojení zapojení s celkovým odporem $3R/4$? Rezistory můžeme zapojovat paralelně i sériově.*

   a) *2* b) *3*

   c) *4* d) *5 nebo více*

5. *Ze které z nádob na obrázku 1 vyteče všechna voda dříve, pokud je po okraj naplníme vodou a do jejich dna uděláme stejně velké otvory?*

   a) *z nádoby A* b) *z nádoby B*

   c) *z obou vyteče voda stejně rychle* d) *záleží na aktuální hodnotě atmosferického tlaku*

6. *Co způsobuje, že se při rychlém proudění vzduchu nad křídlem letadla snižuje tlak?*

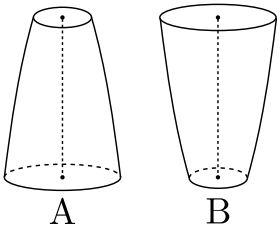
   a) *Dopplerův jev* b) *Bernoulliho princip*

   c) *Archimedův zákon* d) *Pascalův zákon*

7. *Proč se může stát, že se nám rozladí kytara, když si ji z domova vezmeme ven k táboraku?*

   a) *oheň uvolňuje plyny, ve kterých se zvuk šíří jinak než v čistém vzduchu* b) *kvůli teplotní roztažnosti strun kytary*

   c) *v blízkosti ohně změkne dřevo v kytaře* d) *teplý vzduch u táboráku kmitá na jiné frekvenci*



Obrázek 1: Nákres nádob

8. *Pokud v jedné uzavřené nádobě smícháme mouku, hrášek a rýži a zatřeseme s ní v jakém pořadí (od spodu) budou jednotlivé vrstvy?*

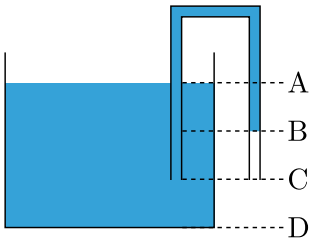
   a) *mouka, rýže, hrášek*
   b) *hrášek, mouka, rýže*
   c) *rýže, hrášek, mouka*
   d) *rýže, mouka, hrášek*

9. *Na jakém principu funguje optický kabel?*

   a) *luminiscence*
   b) *fotoelektrický jev*
   c) *totální odraz*
   d) *polarizace světla*

10. *Pokud je nádoba s vodou v počátečním stavu jako na obrázku, na jaké úrovni se ustálí vodní hladina?*

    a) *A*
    b) *B*
    c) *C*
    d) *D*



Obrázek 2: Nákres nádoby s vodou

1. Správná odpověď: c

   Pro kinetickou pohybovou energii platí vzorec

$$E_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}mv^2\,,$$

kde m je hmotnost tělesa a v je jeho rychlost. Ze zadání víme, že platí $m_\mathrm{P} = 2m_\mathrm{H}$ a $v_\mathrm{P} = 2v_\mathrm{H}$[1]. Pokud chceme zjistit, kolikrát bude energie Patrikovy koule E_P větší než energie Hedvičiny koule E_H, jednoduše mezi sebou tyto energie podělíme.

$$\frac{E_\mathrm{P}}{E_\mathrm{H}} = \frac{1/2 \cdot 2m_\mathrm{H}(2v_\mathrm{H})^2}{1/2 \cdot m_\mathrm{H}v_\mathrm{H}^2} = \frac{2m_\mathrm{H}(2v_\mathrm{H})^2}{m_\mathrm{H}v_\mathrm{H}^2} = \frac{8m_\mathrm{H}v_\mathrm{H}^2}{m_\mathrm{H}v_\mathrm{H}^2} = 8$$

Patrikova koule bude mít 8krát větší energii než Hedvičina.

2. Správná odpověď: a

Oba běžci musí dvakrát urazit stejnou trasu d. Šimon běží celou trasu rychlostí v. Čas, za který mu uběhne maraton, je pak

$$t_\mathrm{S} = \frac{2d}{v}\,.$$

Květu však v první polovině trasy zrychluje vítr, její rychlost proto bude $v + u$. Naopak při zpáteční cestě ji vítr brzdí, poběží proto rychlostí $v - u$. Čas, za který maraton uběhne, zjistíme jako součet časů na jednotlivých úsecích, tedy

$$t_\mathrm{K} = t_1 + t_2 = \frac{d}{v+u} + \frac{d}{v-u} = \frac{2vd}{v^2-u^2}\,.$$

Pro porovnání jednotlivých časů mezi sebou výsledky t_K a t_S podělíme

$$\frac{t_\mathrm{K}}{t_\mathrm{S}} = \frac{2vd/(v^2-u^2)}{2d/v} = \frac{v^2}{v^2-u^2}$$

Protože je člen u^2 nenulový, musí nutně při jakýchkoliv hodnotách v a u vyjít, že $v^2 > v^2 - u^2$, tedy $t_\mathrm{K} > t_\mathrm{S}$. Rychleji proto uběhne maraton Šimon.

3. Správná odpověď: a

Pro určení, kterou veličinu značí písmeno x, použijeme metodu *rozměrové analýzy*[2]. Za jednotlivé veličiny si dosadíme základní jednotky a zjistíme, jednotce které veličiny bude odpovídat výsledek

$$[x] = [g][\rho]\sqrt{[S]^3} = \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}\cdot\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}\cdot\sqrt{(\mathrm{m}^2)^3} = \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$$

Buď pomocí znalostí nebo dohledáním si zjistíme, že $\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$ odpovídá jednotce Newtonu, tedy jednotce síly. Aby výpočet ze zadání rozměrově platil, bude muset být počítaná veličina právě silou.

Úloha by šla také řešit pomocí úvahy, že $\sqrt{S^3} = \left(\sqrt{S}\right)^3$, což si můžeme představit jako odmocninu z obsahu čtverce, tedy délku jeho strany umocněnou na třetí, což je objem krychle. Pokud objem vynásobíme hustotou, dostaneme hmotnost. A hmotnost násobená zrychlením je již velmi známý vzoreček pro sílu.

[1] Indexy P v našem případě značí Patrika a H označuje Hedvi.

[2] Jestli jste o rozměrové analýze ještě neslyšeli, doporučujeme si přečíst Výfučtení věnované tomuto tématu: `https://static.fykos.cz/problems/vyfuk/15/media/serial3.cs.pdf`.

4. Správná odpověď: c

Stejně jako v předchozím kvízu si i zde ujasníme, jak můžeme rezistory zapojovat. Pro celkový odpor R_c sériově (tzn „za sebou“) zapojených rezistorů s dílčími odpory R_1, R_2, ... platí

$$R_c = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots = \sum_{i=1}^{n} R_i \,.$$

Naopak pro paralelní (tzn. „vedle sebe“) zapojení platí

$$\frac{1}{R_c} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} \,.$$

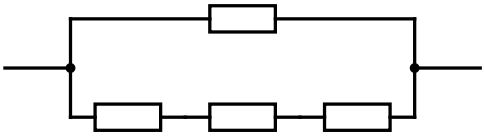
Pokud zapojíme dva rezistory se stejným odporem paralelně k sobě, jejich výsledný odpor se bude rovnat polovině odporu jednoho rezistoru. Tato pravidla můžeme při složitějších zapojeních kombinovat, například si nejprve spočítáme odpor určité části obvodu R', která nahradí sérii či paralelu rezistorů. Tuto část poté můžeme započítat do dalšího dílčího výpočtu pro celkový odpor R_c.

Snažíme se najít zapojení, při kterém bude výsledný odpor $3R/4$. Pro dva rezistory máme pouze dvě možnosti, jak je zapojit. Buď sériově, v takovém případě by mělo zapojení odpor $2R$, nebo paralelně, výsledný odpor by pak byl $R/2$. Dva rezistory nám tedy určitě stačit nebudou.

V případě tří rezistorů máme možností více. Stejně jako v předchozím případě můžeme všechny rezistory zapojit sériově, čímž bychom dosáhli odporu $3R$, nebo paralelně, čímž bychom dostali odpor $R/3$. Máme zde však ještě dvě další možnosti, jak rezistory zapojit.

První variantou je zapojit nejprve dva rezistory paralelně a poté třetí zapojit do série s nimi. V takovém případě by odpor byl $R + R/2 = 3R/2$. Druhou možností se jeví zapojit dvě paralelní větve, přičemž v jedné větvi je rezistor jeden, v druhé dva sériově. Odpor by v tomto případě byl $2R/3$. Více možností jak tři rezistory zapojit nemáme, potřebujeme tudíž více rezistorů.

Při použití čtyř rezistorů můžeme sestavit zapojení na obrázku 3.



Obrázek 3: Zapojení čtyř rezistorů.

Horní část má odpor R, zatímco spodní $3R$. Celkový odpor pak jednoduše vypočítáme jako

$$\frac{1}{R_c} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R} \quad \Rightarrow \quad R_c = \frac{R \cdot 3R}{R + 3R} = \frac{3R^2}{4R} = \frac{3R}{4} \,,$$

což je přesně požadovaný výsledek. Na zapojení o odporu $3R/4$ tedy stačí čtyři rezistory s odporem R.

5. Správná odpověď: b

   Pro rychlost výtoku platí *Torricelliho vzorec*

   $$v = \sqrt{2gh}\,, \tag{1}$$

   kde tíhové zrychlení g je konstanta a h je výška vodního sloupce nad otvorem. Ta se ale kvůli zakřivenému tvaru nádob bude různě měnit.

   Podle vzorce (1) bude voda vytékat nejrychleji, když bude nad otvorem co nejvyšší sloupec vody. Aby voda z nádoby vytekla co nejrychleji, chceme, aby co nejvíce vody vyteklo co nejvyšší rychlostí. První nádoba se směrem nahoru zužuje. Ve vrchních částech nádoby se tak nachází méně vody, což znamená, že méně vody může vytéct ve chvíli, kdy je výtok nejrychlejší. Naopak druhá nádoba se směrem nahoru rozšiřuje a ve vrchních částech nádoby se tak nachází nejvíce vody. Většina vody tak vyteče velkou rychlostí a když bude hladina nízko a výtok už bude pomalý, nádoba je úzká a zbývá už v ní vody jen málo. Rychleji tedy vyteče nádoba B, která se směrem nahoru zvětšuje.

6. Správná odpověď: b

   Při letu letadla proudí vzduch kolem jeho křídel různou rychlostí. Tvar křídla je navržen tak, aby vzduch nad horní stranou křídla proudil rychleji než pod spodní stranou. Právě *Bernoulliho princip* říká, že v proudící tekutině (plynu nebo kapalině) platí, že s větší rychlostí proudění se zmenšuje její tlak.

   Nad horní stranou křídla tedy vzniká oblast nižšího tlaku, zatímco pod křídlem zůstává tlak vyšší. Rozdíl těchto tlaků vytváří výslednou sílu směřující vzhůru, kterou nazýváme *vztlaková síla*. Díky ní se může letadlo vznést do vzduchu a udržet se v letu.

   Bernoulliho princip lze pozorovat i v běžném životě. Pokud foukáme mezi dva zavěšené lehké předměty, přiblíží se k sobě. Rychle proudící vzduch mezi nimi má totiž nižší tlak než okolní vzduch, který je k sobě přitlačí.

7. Správná odpověď: b

   Výšku tónu, který kytara vydává, určujeme pomocí frekvence, na které její struna vibruje. Tato frekvence závisí na vlastnostech materiálu struny, na její délce a na síle, kterou jsme ji napnuli. Vibrace struny se následně skrze vzduch přenáší až do našich uší, kde ji můžeme slyšet jako určitý tón. Když kytaru vezmeme k táboráku, struny jsou vystaveny hned několika změnám teploty. Jednak se najednou nachází ve vzduchu, u kterého můžeme očekávat, že bude mít teplotu výrazně nižší než je teplota pokojová, při které byla kytara naladěna, a druhak se struny kytary mohou zahřívat od ohně. Při změně teploty látek dochází ke změně jejich délky – k roztažení nebo zkrácení. Jelikož je koeficient tepelné rozažnosti strun poměrně velký, taková změna teploty bude mít na délku strun nezanedbatelný vliv. Struny tak budou kmitat na jiné frekvenci a budou vydávat jiné – rozladěné tóny.

8. Správná odpověď: a

   Tento jev se označuje jako *efekt paraořechu* nebo odborněji jako *granulární segregace*. Když protřepáváme směs částic o různých velikostech, dochází k jejich přerozdělení nikoliv podle hustoty, ale podle velikosti jednotlivých částic.

   Při zatřesení směsí vznikají mezi většími částicemi (hráškem) mezery. Do těchto mezer propadávají menší částice (rýže a mouka). Protože menší částice zaplní prostor pod těmi většími, vytlačují větší částice postupně směrem nahoru. Výsledné vrstvení odspoda nahoru tedy bude: mouka, rýže a hrášek.

9. Správná odpověď: c

   Optické kabely využívají jevu, který nazýváme *úplný (totální) odraz* světla. Tento jev nastává v situaci, kdy se světlo šíří z opticky hustšího prostředí (materiál jádra kabelu s vyšším indexem lomu) do prostředí opticky řidšího (plášť kabelu s nižším indexem lomu). Pokud světlo dopadá na rozhraní těchto dvou prostředí pod úhlem větším, než je tzv. *mezní úhel* α_{m}, paprsek vůbec neprojde skrze rozhraní ven, ale celý se odrazí zpět do jádra kabelu. Díky tomu se světelný signál může v kabelu šířit na obrovské vzdálenosti s minimálními ztrátami, a to i v případě, že je kabel ohnutý.

10. Správná odpověď: c

    Na obrázku je znázorněn sifon. Aby z něj voda samovolně vytékala, musí se jeho výtokový otvor nacházet níže než volná hladina vody v nádobě a trubice musí být naplněna kapalinou.

    V počátečním stavu je hladina v nádobě na úrovni A a v pravém rameni na úrovni B. Voda vlivem rozdílu výšek začne vytékat, čímž v horní části trubice vzniká podtlak, který do levého ramene neustále nasává další vodu z nádoby.

    Tento proces bude pokračovat tak dlouho, dokud se hladina v nádobě nevyrovná s otvorem, ze kterého voda vytéká. Výtokový otvor pravého ramene i nasávací otvor levého ramene končí na stejné úrovni C. Jakmile hladina v nádobě klesne na úroveň C, hydrostatické tlaky se vyrovnají a proudění se zastaví. Hladina v nádobě se proto ustálí na úrovni C.

Vít Kupilík
vit.kupilik@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/.