

## Úloha VI.V ... Co je to plazma?

7 bodů

1. S plazmatem se můžeme setkat ve velmi rozličných podmínkách, viz tabulka 1.

| Druhy plazmatu           | $\frac{T_e}{\text{K}}$        | $\frac{n_e}{\text{m}^{-3}}$ |
|--------------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| Mezegalaktické prostředí | $10^4 - 5 \cdot 10^7$         | $1 - 10^3$                  |
| Mlhoviny                 | $10^3 - 5 \cdot 10^4$         | $10^2 - 10^7$               |
| Sluneční vítr            | $10^4 - 10^5$                 | $10^5 - 10^9$               |
| Ionosféra                | $10^3 - 10^4$                 | $10^7 - 10^{12}$            |
| Doutnavý výboj           | $5 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^4$ | $10^{13} - 10^{19}$         |
| Blesky                   | $5 \cdot 10^4 - 5 \cdot 10^5$ | $10^{23} - 10^{25}$         |
| Tokamaky                 | $10^7 - 10^8$                 | $10^{18} - 10^{24}$         |
| Inerciální fúze          | $10^7 - 10^8$                 | $10^{26} - 10^{30}$         |
| Jádra hvězd              | $10^7 - 10^8$                 | $10^{30} - 10^{35}$         |
| Sluneční koróna          | $5 \cdot 10^5 - 5 \cdot 10^6$ | $10^{11} - 10^{16}$         |

Tabulka 1: Rozpětí koncentrací a teploty elektronů pro jednotlivé druhy plazmatu.

- (a) Doplňte jednotlivé druhy plazmatu do obrázku.
- (b) Vypočítejte maximální hodnotu plazmatických veličin (Debyeovu délku, plazmatickou frekvenci a parametr) pro plazma v mlhovinách a v jádrech hvězd.
- (c) Do obr. ?? vyznačte teploty, kdy se tepelná energie elektronu vyrovná ionizační energii vodíku (13,6 eV) a ionizační energii helia (24,6 eV).
2. V homogenním plazmatu v tokamaku probíhá termojaderná reakce deuteria s tritiem. Koncentrace deuteria a tritia jsou stejné a dohromady tvoří celkovou koncentraci iontů  $n = 2 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ . Plazma má objem  $V = 100 \text{ m}^3$  a teplotu  $T = 15 \text{ keV}$ . Pro tuto teplotu je fúzní reaktivita  $\langle \sigma v \rangle = 10^{-22} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  a celková energie uvolněná jednou reakcí je  $E_F = 17,6 \text{ MeV}$ .

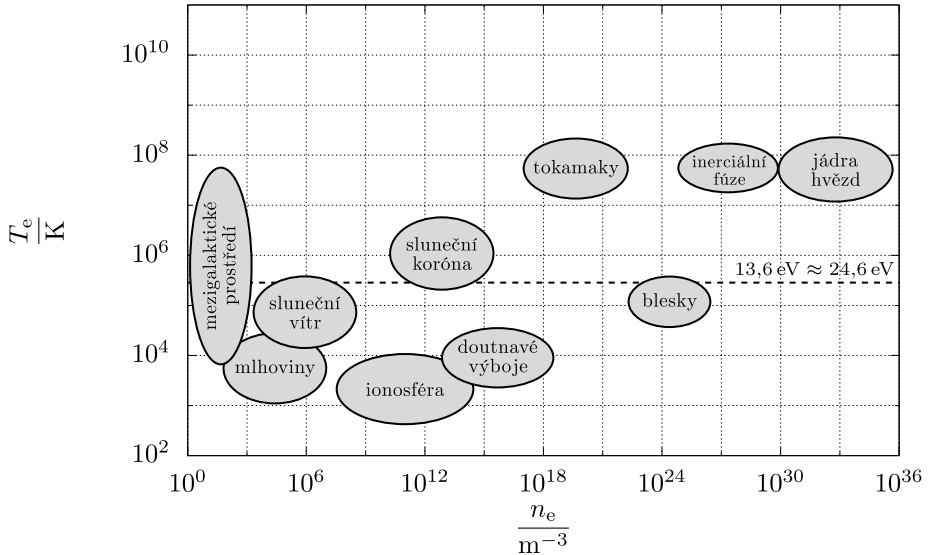
- (a) Určete reakční rychlost na jednotku objemu  $R_V$ .
- (b) Vypočítejte celkový počet fúzních reakcí za sekundu v celém objemu plazmatu a určete celkový fúzní výkon uvolněný v plazmatu.

Nápověda: Pro reakční rychlost fúzní reakce platí vztah

$$R_V = n_1 n_2 \langle \sigma v \rangle,$$

kde  $n_1$  a  $n_2$  jsou koncentrace reaktantů a  $\langle \sigma v \rangle$  je fúzní reaktivita.

1. (a) Podle tabulky ze zadání jsme doplnili druhy plazmatu do obrázku 1.



Obrázek 1: Doplněný graf s druhy plazmatu

| Druhy plazmatu | $\frac{\lambda_D}{\text{m}}$ | $\frac{f_p}{\text{Hz}}$ | $\frac{N_D}{1}$      |
|----------------|------------------------------|-------------------------|----------------------|
| Mlhoviny       | 1 543                        | $2,85 \cdot 10^4$       | $3,67 \cdot 10^{16}$ |
| Jádra hvězd    | $6,9 \cdot 10^{-10}$         | $2,85 \cdot 10^{18}$    | $3,29 \cdot 10^7$    |

Tabulka 2: Maximální hodnoty plazmatických veličin pro vybrané druhy plazmatu.

- (b) Pro výpočet plazmatických parametrů dosadíme hodnoty do zjednodušených vzorců z Výučení. Musíme vybrat správné mezní hodnoty, například pro výpočet maximální Debyeovy délky musíme vzít maximum teploty elektronů  $T_e$ , avšak minimum koncentrace elektronů  $n_e$ . Vypočítané hodnoty jsou uvedeny v tabulce 2.

Z vypočtených hodnot lze vidět, že se mohou jednotlivé veličiny pro různá plazmata značně lišit. Zatímco v mlhovině, kde najdeme v porovnání s jádrem hvězd v metru krychlovém řádově mnohem méně částic, je stínící délka větší než stovky metrů, naopak v jádru Slunce je stínící délka srovnatelná s velikostí atomu.

- (c) Ionizační energie vodíku a helia určuje, kdy mají elektrony dostatek tepelné energie, aby se samy odtrhly od jádra. Abychom mohli ionizační energii vyznačit do obrázku 1, musíme ji nejdříve převést na teplotu podle vztahu  $1 \text{ eV} \hat{=} 11\,600 \text{ K}$ . Pro vodík to odpovídá teplotě 158 000 K, pro helium 285 000 K.

Nad tuto teplotu je plazma prakticky plně ionizované a neměly by se v něm nacházet neutrální atomy vodíku a helia. Při takové teplotě by měla být shodná teplota elektronů i kladných iontů.

2. (a) Ze zadání víme, že celková koncentrace iontů je  $n = 2 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ . Protože koncentrace deuteria  $n_D$  a tritia  $n_T$  jsou stejné, tak každý z těchto typů tvoří polovinu z celkové koncentrace, proto  $n_D = n_T = 10^{21} \text{ m}^{-3}$ .

Z nápovědy jsme se dozvěděli, že rychlost fúzní reakce spočítáme součinem koncentrací reaktantů s fúzní reaktivitou. V naší reakci jsou reaktanty deuterium a tritium, a proto můžeme spočítat rychlost fúzní reakce jako

$$R_V = n_D n_T \langle \sigma v \rangle = 10^{21} \text{ m}^{-3} \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3} \cdot 10^{-22} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} = 10^{20} \text{ m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}.$$

- (b) V předchozí úloze jsme spočítali, že reakční rychlost na jednotku objemu je  $10^{20}$  fúzních reakcí za sekundu na metr krychlový. Náš tokamak má však objem  $V = 100 \text{ m}^3$ . V celém tokamaku proto proběhne

$$R_c = R_V V = 10^{20} \text{ m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 100 \text{ m}^3 = 10^{22} \text{ s}^{-1},$$

fúzních reakcí za sekundu.

Výkon  $P$  pak definujeme jako energii uvolněnou za sekundu. Což spočítáme jako

$$P = R_c E_F = 10^{22} \text{ s}^{-1} \cdot 17,6 \text{ MeV} = 1,76 \cdot 10^{23} \text{ MeV} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Výsledek je dobré uvádět i v základních jednotkách, pro výkon je základní jednotkou watt. Převod mezi elektronvolty a jouly je  $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ , proto  $E_F = 17,6 \text{ MeV} = 2,82 \cdot 10^{-12} \text{ J}$  a celkový výkon bude

$$P = 10^{22} \text{ s}^{-1} \cdot 2,82 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 2,82 \cdot 10^{10} \text{ W}.$$

**Patrik Kašpárek**  
patrik.kasperek@vyfuk.org

**Alena Mouchová**  
alena.mouchova@vyfuk.org

---

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.