

Úloha VI.E ... Těžký hod

8 bodů

Organizátoři Výfuku se na letním táboře rozhodli, že se pokusí zjistit, kdo z nich dohodí nejdál. Protože si ale neujasnili pravidla, házel každý jiným předmětem, což ovlivnilo výsledky soutěže.

Určete, jak moc mohly být výsledky ovlivněny. Změřte závislost maximální vzdálenosti, do které dohodíte, na hmotnosti předmětu, kterým házíte. Pro každou hmotnost proveďte alespoň pět pokusů, které následně zprůměrujte.

Z naměřených výsledků sestrojte graf závislosti maximální délky hodu na hmotnosti házeného předmětu. Vhodným předmětem může být např. PET láhev, do které budete postupně přilévát vodu.

Teorie

Tato úloha je teoreticky velmi složitý problém, protože jak biomechanika ruky při vrhu předmětu, tak odporová síla, která působí na letící předmět, není jednoduše popsitelná.

Nejprve se podívejme, jak daleko bychom měli teoreticky dohodit, když tyto efekty nebudeme řešit. Pro zjednodušení uvažujeme situaci, kdy výška, ze které házený předmět vypustíme, se bude rovnat výšce, v jaké předmět dopadne. Pro vzdálenost d , do které předmět doletí, by v takovéto situaci platil následující vzorec.

$$d = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha \quad (1)$$

Všimněme si, že se ve vztahu vyskytuje pouze jedna proměnná veličina – počáteční rychlost v_0 (úhel α můžeme považovat za konstantu, jelikož se budeme snažit házet vždy pod stejným, námi zvoleným úhlem 45°).¹ V tomto vzorci se hmotnost předmětu nevyskytuje, ale pořád bude hrát roli právě kvůli dvěma výše popsaným efektům.

Vztah (1) předpovídá, že čím vyšší rychlostí předmět vypustíme, tím dál doletí. Při vrhu rukou je poměrně intuitivní předpokládat, že čím lehčí předmět házíme, tím větší počáteční rychlost jsme mu schopni udělit. Tedy bychom čekali, že čím lehčí předmět bude, tím dál doletí.

Odpor vzduchu působící na letící předmět však vytváří protichůdný efekt. Newtonův vztah pro velikost odporové síly je

$$F_o = \frac{1}{2} C S \rho v^2,$$

kde C je konstanta pro různé tvary předmětů, S čelní plocha tělesa ve směru letu, ρ hustota prostředí a v rychlost předmětu.² Síla ale není veličinou, která přímo ovlivňuje rychlost letu (a tím i dolet d). Důležitou veličinou je v tomto případě zrychlení, které bude předmět při letu zpomalovat. To z druhého Newtonova zákona vyjádříme jako:

$$a_o = \frac{F_o}{m} = \frac{C S \rho v^2}{2m}.$$

¹ Úhel 45° jsme zvolili proto, že právě při takovém úhlu by byla bez odporu vzduchu pro danou rychlost v_0 délka hodu d největší. Při započtení odporu vzduchu nejde optimální úhel jednoduše spočítat, ale můžeme předpokládat, že v našem případě s poměrně malou rychlostí v_0 bude stále blízko 45° .

² Pokud by vás odpor vzduchu zajímal více, můžete se podívat na Výfučení z minulého roku: <https://static.fykos.cz/problems/vyfuk/14/media/serial2.cs.pdf>

Aby předmět doletěl co nejdále, budeme chtít, aby odpor vzduchu hrál co nejmenší roli, tedy aby bylo a_0 co nejmenší. Jelikož ve vzorci dělíme hmotností předmětu m , tak bychom potřebovali, aby byl předmět co nejtěžší.

Docházíme tedy k tomu, že pro dosažení největší počáteční rychlosti chceme ideálně co nejlhčí předmět, ale pro minimalizaci zpomalení kvůli odporu vzduchu chceme zase co nehmotnější předmět. To by mělo znamenat, že existuje nějaká optimální hmotnost.

Postup měření

Jako vrhané těleso jsme použili 1,5l PET láhev. Použili jsme ji, protože do ní můžeme doplňovat různé množství vody a měnit tak její hmotnost bez toho, abychom měnili velikost a tvar házeného tělesa. Konkrétně jsme házeli s hmotnostmi lahve 40 g, 150 g, 300 g, 450 g, 750 g, 1050 g, 1300 g a 1560 g.

Pro měření hmotnosti láhve jsme použili kuchyňskou váhu s přesností na jeden gram. Láhev jsme se pokoušeli vždy házet stejným stylem, hodem ze spoda a za hrdlo lahve a vypuštěním vždy ve stejné výšce pod úhlem 45° . Těleso jsme vždy vrhali ze stejného označeného místa a vzdálenost měřili 5m svinovacím metrem s přesností na 10 cm. Po hodů jsme vždy změřili délku vrhu od počátečního místa k místu dopadu. Měření jsme prováděli na velké ploše, abychom při měření nikoho neohrozili.

Výsledky měření

Měření jsme pro každou hmotnost opakovali pětkrát. Hodnoty z jednotlivých měření jsme pak zprůměrovali a výsledky zaznamenali do tabulky 1.

$\frac{m}{g}$	40	150	300	450	750	1 050	1 300	1 560
$\frac{d}{m}$	6,5	9,7	10,6	11,6	13,4	15,6	19,0	18,3

Tabulka 1: Průměrný dolet předmětu v závislosti na jeho hmotnosti.

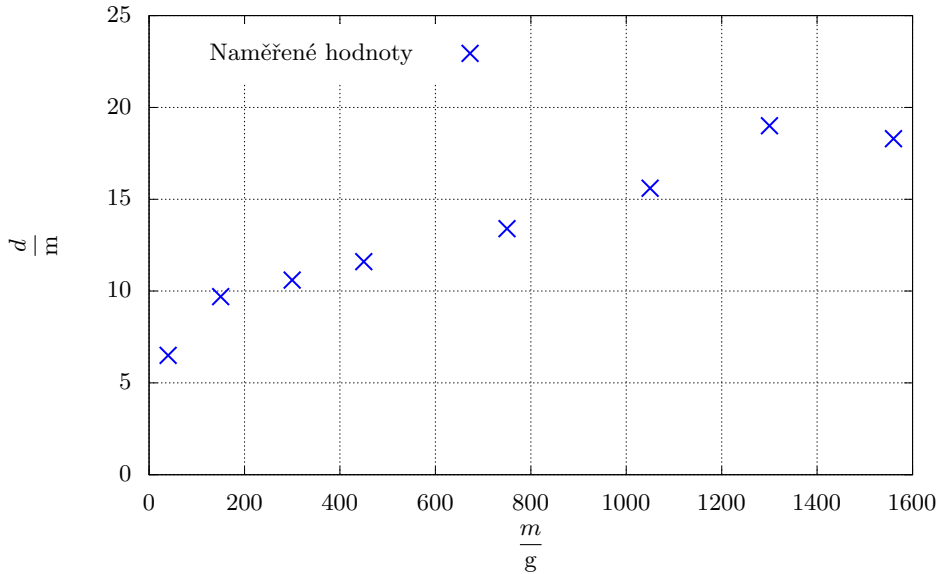
Naměřená data z tabulky jsme vynesli do grafu 1.

Diskuze

Z grafu 1 a tabulky 1 můžeme vidět, že se zvyšující se hmotností se z počátku i zvyšuje doletová vzdálenost předmětu. Tady hraje odporové zrychlení větší roli, než závislost počáteční rychlosti na hmotnosti tělesa. Všimněme si také, že nejtěžší lahve jsme dohodili méně daleko jak druhou nejtěžší. Zde totiž začíná převažovat efekt, že nejsme takto hmotné těleso schopni rukou urychlit na tak velkou počáteční rychlost.

Je třeba uvést systematické chyby, které naše měření mohly ovlivnit. Mezi ty patří přesnost váhy a metru. Jelikož byla přesnost kuchyňské váhy $\sigma_m = 1 \text{ g}$ a my jsme vážili hmotnosti $m \gg \sigma_m$, můžeme tuto chybu považovat za zanedbatelnou. Pokud se podíváme na přesnost metru, musíme si uvědomit, že jsme měřili s přesností na 10 cm, což není příliš velká přesnost.

Největší nepřesnost měření byla způsobena lidskými faktory. Předmět jsme se vždy snažili vypustit pod stejným úhlem a urychlit ho, co nejvíce jsme dokázali. Obojí jsme ale dělali pouze odhadem, tedy jednotlivá měření pro jednu hmotnost vycházejí s velkým rozptylem (pro větší



Obrázek 1: Graf závislosti naměřených hodnot doletu předmětu d na jeho hmotnosti m

hmotnosti je rozdíl maximální a minimální odhozené vzdálenosti kolem 1 m. Zbavit se této odchylky nám pomáhá průměrování dat, ale vůči systematickým chybám metru a váhy pořád hrají výrazně největší efekt lidské faktory.

Závěr

Při provádění experimentu jsme házeli předmětem (lahví) s různými hmotnostmi a měřili jsme vzdálenost doletu. Pro každou hmotnost jsme prováděli 5 měření a určili jejich průměrnou hodnotu. Jednotlivá měření jsme následně vynesli do grafu pro vizualizaci našich výsledků. Experimentálně jsme zjistili, že není nejvýhodnější si při házením do dálky vybírat předměty ani příliš lehké, ani příliš těžké.

Daniel Přívětivý
daniel.privetivy@vyfuk.org

Vít Kupilík
vit.kupilik@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.