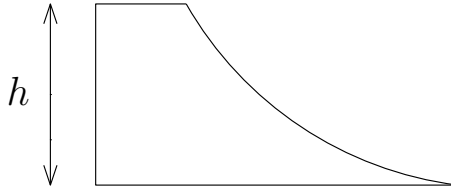


## Úloha VI.4 . . . Rampa na ledě

7 bodů

Výfučka uchvátili zimní olympionici závodící na U-rampě a chtěl si vyzkoušet něco podobného – a to za každou cenu. Sehnal si proto takovou poloviční U-rampu a jelikož měl hory daleko, vyrazil s ní na zamrzlý rybník na brusle.

Jaké konečné rychlosti vůči ledu Výfuček dosáhne, když z výšky  $h$  z klidu sjede rampu, která se nachází volně na ledě a může se tudíž volně pohybovat? Uvažujte, že se Výfuček o hmotnosti  $m$  i rampa o hmotnosti  $M$  pohybují bez tření a že je Výfučkova konečná rychlost tečná k zemi. Odpor vzduchu neuvažujte.



Obrázek 1: Nákres rampy

Klíčem k vyřešení úlohy je využití zákona zachování mechanické energie (ZZME) a zákona zachování hybnosti (ZZH) – oba si krátce představíme. Zákony zachování platí pouze v izolovaných soustavách, tedy pro nějakou skupinu hmotných bodů (nebo těles), na které buď nepůsobí žádné vnější síly, nebo je jejich výslednice nulová (v rámci izolované soustavy na sebe ovšem mohou hmotné body a tělesa různě silově či jinak působit).

ZZME říká, že v takové soustavě je konstantní součet celkové potenciální a celkové kinetické energie. Potenciální energie tělesa o hmotnosti  $m$  ve výšce  $h$  v tíhovém poli se zrychlením  $g$  je

$$E_p = mgh,$$

zatímco kinetická energie tělesa pohybujícího se rychlostí  $v$  je

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2.$$

ZZH doplňuje, že ani celková hybnost soustavy se nemění. Hybnost jednoho tělesa je

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}.$$

Tučně a vzpřímeně napsané  $p$  a  $v$  značí, že nezáleží jen na absolutní velikosti hybnosti ale i na jejím směru, který je shodný se směrem rychlosti<sup>1</sup>

Výfučka s rampou lze považovat za izolovanou soustavu, protože na ně nepůsobí žádné vnější síly – odporové síly (vzduchu a tření) podle zadání zanedbáváme – platí tudíž uvedené zákony zachování.

Zaměříme se na dva stavy soustavy – těsně před a po sjezdu. Nejprve je Výfuček i rampa v klidu, nemají tedy žádnou kinetickou energii. Jejich celková mechanická energie se skládá pouze z potenciální energie Výfučka. Celková hybnost soustavy je nulová.

<sup>1</sup>Jde o vektorové veličiny, takže je nemůžeme počítat algebraicky, ale vektorově, v našem případě si ovšem vypomůžeme jinak.

Změnou potenciální energie (sjezdem) naberou Výfuček a rampa rychlosti  $v_v$  a  $v_r$ . Ze ZZ-ME vyplývá, že se ztráta potenciální energie musí rovnat přírůstku kinetické energie Výfučka a rampy.

$$mgh = \frac{1}{2}mv_v^2 + \frac{1}{2}Mv_r^2 \quad (1)$$

Nyní sestojíme rovnici i pro ZZH. Rozborem prvního stavu jsme zjistili, že celková hybnost soustavy je nulová, čemuž se musí rovnat i součet hybností jednotlivých těles v druhém stavu.

$$0 = mv_v + Mv_r \quad (2)$$

Protože musíme brát v úvahu i směry hybností (a tedy jednotlivých rychlostí), bude se rampa pohybovat opačným směrem oproti Výfučkovi, což se projeví v opačných znaménkách  $v_v$  a  $v_r$ .

Vyjádřením  $v_r$  z rovnice (2), dosazením do rovnice (1) a úpravou dostaneme vztah pro Výfučkovu výslednou rychlost

$$-\frac{m}{M}v_v = \sqrt{\frac{2mgh - mv_v^2}{M}} \Rightarrow v_v = \sqrt{\frac{2ghM}{m + M}}.$$

*Michaela Urbanová*

michaela.urbanova@vyfuk.org

---

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.