

Úloha VI.2 ... Kamion

5 bodů

Řidiči kamionů stráví na cestách velice dlouho, a tak si občas chtějí tento čas všemi možnými (i nelegálními) způsoby zkrátit. Nemohou však jezdit příliš rychle, neboť mají v kamionu umístěné zařízení, jež monitoruje jejich rychlost podle tachometru. Onen tachometr však vypočítává okamžitou rychlost podle počtu otáček kol za sekundu. Rychlost tudíž závisí na poloměru kol kamionu. Vychytralý řidič si tak může na technické prohlídce, kde tachometr kalibrují, nasadit jiná kola, než která používá normálně, a tachometr si nechat schválně zkalibrovat špatně. Na takto špatně zkalibrovaném tachometru pak bude svítit „jenom“ maximální povolená rychlost, zatímco ve skutečnosti bude filuta uhánět rychleji.

Vojtu (čistě z fyzikálního hlediska) zajímalo, jestli si takový podvodník nasadí na prohlídku větší, nebo menší kola než ta, s nimiž obvykle jezdí? Jestliže standardně používá kola o poloměru $r = 38 \text{ cm}$ a chce mimo obec jet rychlostí $v = 85 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ namísto rychlosti $v_t = 80 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ ukazované na tachometru. Na jaký poloměr kol r_t si musí nechat zkalibrovat tachometr? Kolik času si tímto podvodem ušetří, pokud skutečnou rychlostí v ujede vzdálenost $s = 1\,000 \text{ km}$?

Tachometr neurčuje rychlost přímo, ale vypočítává ji z rychlosti otáčení kol. Když se kolo jednou otočí, tak dráha, kterou ujede, je rovna jeho obvodu $o = 2\pi r$, kde r je poloměr kola. Pokud se kolo otáčí s frekvencí f , znamená to, že se za jednu sekundu otočí f krát (pokud máme frekvenci v jednotkách Hz). Jelikož rychlost počítáme jako dráhu ujetou za jednotku času, tak skutečnou rychlost tachometr určuje jako

$$v = 2\pi r f. \quad (1)$$

Pokud tachometr zkalibrujeme na r_t , bude určovat rychlost jako

$$v_t = 2\pi r_t f. \quad (2)$$

Jak si můžeme všimnout, v obou rovnicích (1) i (2) máme stejnou frekvenci f , protože počet otáček, které kolo za sekundu udělá, je v obou případech stejný. Můžeme proto dát oba vztahy do poměru a získáme rovnici

$$\frac{v}{v_t} = \frac{2\pi r f}{2\pi r_t f} = \frac{r}{r_t}.$$

Zjistili jsme, že poměr rychlostí v a v_t odpovídá poměru poloměrů kol kamionu r a r_t .

Z této rovnice můžeme rovnou vyjádřit poloměr kol r_t a dosadit hodnoty ze zadání.

$$r_t = r \frac{v_t}{v} = 38 \text{ cm} \cdot \frac{80 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}}{85 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}} \doteq 36 \text{ cm}.$$

To znamená, že na prohlídku by podvodník musel nasadit kola s poloměrem 36 cm – menší, než se kterými opravdu plánuje jezdit.

Teď potřebujeme zjistit, kolik času si tímto podvodem ušetří. Nejdříve si spočítáme, za jak dlouho kamion ujede $s = 1\,000 \text{ km}$, kdyby jel poctivě rychlostí $80 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. To jednoduše spočítáme jako

$$t_1 = \frac{s}{v} = \frac{1\,000 \text{ km}}{80 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}} = 12,5 \text{ h}.$$

Pokud by jel celou dobu rychlostí $85 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, tak mu to zabere

$$t_2 = \frac{s}{v_t} = \frac{1\,000 \text{ km}}{85 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}} \doteq 11,8 \text{ h}.$$

Když tyto dva časy od sebe odečteme dostaneme čas, který si ušetří

$$t_1 - t_2 \doteq 12,5 \text{ h} - 11,8 \text{ h} = 0,7 \text{ h} = 42 \text{ min}.$$

Alena Mouchová
alena.mouchova@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.