

Úloha IV.V ... Světlo

7 bodů; (chybí statistiky)

1. Spočítejte energii fotonu na hranici rentgenového záření a gama záření a fotonu na hranici mikrovlnného a infračerveného záření. Kolikrát větší energii má první zmíněný foton než ten druhý?
2. Dan si v noci hrál u svého bazénu s baterkou. Všiml si, že když do bazénu svítí bílým světlem, na dně se na hranici osvětlené a neosvětlené části objeví barevný pruh. Dan si hned uvědomil, že tento pruh je způsoben lomem světla na hladině vody, a zajímalo ho, jakou šířku tento pruh má. Protože se mu už do bazénu nechtělo lézt a měřit šířku pruhu přímo, rozhodl se ji spočítat.

Krajní paprsek jeho baterky dopadá do bazénu pod úhlem $\theta = 41^\circ$ vůči kolmici k hladině a bazén má hloubku $h = 1,5$ m. Index lomu fialové barvy ve vodě je $n_v = 1,339$ a červené $n_r = 1,331$, ve vzduchu je index lomu obou barev $n = 1,000$. Spočítejte stejně jako Dan šířku barevného pruhu na dně bazénu. Počítejte pouze s tím pruhem, který je způsoben zmíněným krajním paprskem.

1. Energie fotonu je dána vztahem

$$E = \frac{hc}{\lambda},$$

kde $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ je Planckova konstanta, $c \doteq 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ je rychlost světla a λ je vlnová délka fotonu. Hranice rentgenového a gama záření přibližně odpovídá vlnové délce $\lambda_1 = 10^{-11} \text{ m}$, zatímco jako hranice mikrovlnného a infračerveného záření se udává vlnová délka $\lambda_2 = 10^{-3} \text{ m}$. Po dosazení do vztahu výše tak vyjde energie prvního fotonu $E_1 = 1,99 \cdot 10^{-14} \text{ J}$ a energie druhého fotonu $E_2 = 1,99 \cdot 10^{-22} \text{ J}$. Energie prvního fotonu tak je $E_1/E_2 = 10^8$ krát větší než energie toho druhého.

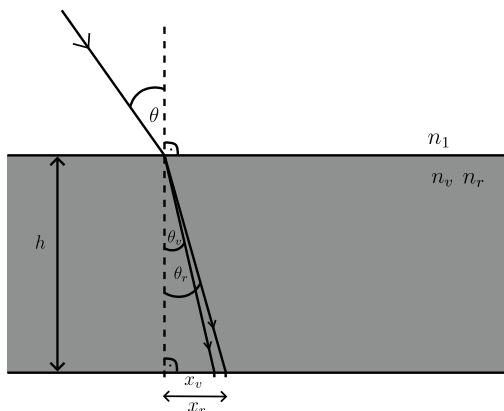
2. Barevný pruh je způsoben rozdílným lomem barev světla na hladině vody. Každá vlnová délka – a tedy každá barva světla – má ve vodě jiný index lomu, a proto se zlomí pod jiným úhlem a dopadne na jiné místo. Úhel paprsků světla ve vodě můžeme vypočítat pomocí Snellova zákona, podle kterého platí

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2,$$

kde n_1 a n_2 jsou indexy lomu světla v prvním a druhém prostředí a θ_1 a θ_2 jsou úhly paprsku před a po jeho lomu vůči kolmici k hladině. V našem případě je úhel $\theta_1 = \theta = 41^\circ$ a index lomu v prvním prostředí (vzduchu) je $n_1 = n = 1,000$. Po vyjádření úhlu θ_2 z rovnice výše dostaneme tvar¹

$$\theta_2 = \arcsin \left(\frac{n}{n_2} \sin \theta \right).$$

Jelikož nás zajímá šířka pruhu, musíme vypočítat, pod jakým úhlem se ve vodě lámou krajní barvy pruhu, tedy krajní barvy viditelného spektra. Stejně jako na duze jsou to barvy fialová a červená. Ze zadání víme, že index lomu fialové je ve vodě $n_v = 1,339$



Obrázek 1: Nákres lomu červeného a fialového paprsku

a červené $n_r = 1,331$. Tyto indexy lomu postupně dosadíme za n_2 do rovnice výše a tím už dostaneme úhel, pod kterým se ve vodě lámou.

Šířku pruhu můžeme vypočítat jako rozdíl horizontálních vzdáleností x místa dopadu barevných paprsků na dně od místa na hladině, kde se celý paprsek zlomil. Tato vzdálenost je pro oba paprsky odvěsna pravoúhlého trojúhelníku, kde druhá odvěsna je výška bazénu a přepona je trajektorie daného paprsku ve vodě (vizte obrázek 1). Protože u tohoto trojúhelníku známe velikost úhlu mezi výškou a trajektorií paprsku (úhel θ_2), můžeme tuto vzdálenost snadno spočítat pomocí goniometrických funkcí. Strana x je protilehlá úhlu θ_2 a hloubka bazénu h , kterou také známe, je mu přilehlá, proto můžeme využít funkci tangens

$$\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{x}{h} \quad \Rightarrow \quad x = h \operatorname{tg} \theta_2,$$

kde za θ_2 dosadíme θ_r pro červený paprsek a θ_v pro fialový. Šířka pruhu je jednoduše rozdíl vzdáleností x pro červený x_r a fialový x_v paprsek, tedy

$$x_r - x_v = h \operatorname{tg} \theta_r - h \operatorname{tg} \theta_v = h \left(\operatorname{tg} \left(\arcsin \left(\frac{n}{n_r} \sin \theta \right) \right) - \operatorname{tg} \left(\arcsin \left(\frac{n}{n_v} \sin \theta \right) \right) \right).$$

Po dosazení dostaneme šířku barevného pruhu na dně bazénu 0,67 cm.

Max Menčík

max.mencik@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.

Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

¹Funkce arcus sinus (obvykle značená jako $\arcsin$, na většině kalkulačkách se ale skrývá pod symbolem $\sin^{-1}$) je inverzní ke goniometrické funkci sinus, tedy jako argument přijímá $\sin \alpha$ a jako funkční hodnotu vrací úhel α .