

Úloha IV.1 ... Pizza s ananasem

5 bodů; průměr 3,60; řešilo 15 studentů

Výfučí organizátoři mají rádi pizzu. Někdy je nebezpečné říkat veřejně své názory ohledně toho, zda máte či nemáte rádi pizzu s ananasem. Proto se každý organizátor vždy musí pořádně zamyslet, zda bude, nebo nebude říkat pravdu. Každý organizátor pronesl tři tvrzení, z nichž jsou pokaždé právě dvě pravdivá a jedno lživé:



1. Víta: Buď já mám rád pizzu s ananasem a Kačka ji ráda nemá, nebo naopak já nemám rád pizzu s ananasem a Kačka ji má ráda. Kačka nebo Květa nemají rády pizzu s ananasem. Mája nebo já nemáme rádi pizzu s ananasem.
2. Šimon: Mám rád jakoukoliv pizzu. Na špenátové pizze se nachází špenát. Víta má rád pizzu quattro formaggi.
3. Kačka: Mám ráda pizzu s ananasem. Květa má ráda salámovou pizzu. Jestliže má Víta rád pizzu s ananasem, pak ji Mája nemá ráda.
4. Mája: Chutná mi pizza s ananasem. Adam nemá rád, když je na pizze ananas. Já i Víta máme rádi pizzu s ananasem.
5. Adam: Mám rád pizzu s ananasem. Šimon by pizzu s ananasem nikdy nepozřel. Květa nemá ráda pizzu se salámem.
6. Květa: Mezi námi je právě jeden organizátor, který nemá rád pizzu s ananasem. Jestliže má Šimon rád pizzu s ananasem, pak je i Kaččina oblíbená pizza také pizza s ananasem. Víta a Adam buď oba pizzu s ananasem rádi mají, nebo oba nemají.

Kterí z organizátorů nemají rádi pizzu s ananasem? Uvažujte, že každý buď ananasovou pizzu rád má, nebo nemá. Jakákoliv podobnost se skutečnými organizátory je čistě náhodná.

Nejprve si ujasníme několik pravidel úlohy, kterými se budeme muset řídit. Nejdůležitější je, že každý organizátor pronese vždy dva pravdivé a právě jeden nepravdivý výrok. Pokud tedy jeden označíme za lživý, budou zbylé dva vždy pravdivé. Také si musíme uvědomit, že nikdy nesmí být více jak jeden výrok lživý. Tohoto využijeme hned v prvním kroku. Koukneme se na jednotlivé organizátory a u každého prohlásíme, že má rád pizzu s ananasem. Podíváme se na jeho výroky a pokud bude existovat možnost jednoho lživého a dvou pravdivých výroků, nemůžeme zatím vyloučit, že má rád pizzu s ananasem. Poté zkusíme projít všechny organizátory s opačným přístupem, tedy řekneme, že pizzu s ananasem rádi nemají, a ověříme si, zda je tato varianta možná.

Po projití všech organizátorů zjistíme, že všichni mohou mít rádi pizzu s ananasem. Že by však všichni mohli nemít rádi pizzu s ananasem prohlásit nemůžeme, protože pokud by Mája neměla tuto pizzu ráda, byl by její první i třetí výrok lživý. Můžeme tudíž prohlásit, že Mája má ráda pizzu s ananasem. Z toho vyplývá, že její první výrok bude pravdivý, avšak nevíme, zda bude lživý druhý, nebo třetí výrok. Také si můžeme ověřit, že jsme sice zjistili, že má Mája ráda pizzu s ananasem, avšak nám to nepomůže určit pravdivost výroků ostatních organizátorů.

Metoda sporem

Jelikož jsme vyčerpali první možnost jednoduchého vyřešení a nemůžeme jednoduše určit, kdo má a kdo nemá rád pizzu s ananasem, ani pravdivost jednotlivých výroků, musí zde nastoupit jiná taktika – zkusíme úlohu vyřešit *sporem*. Tato metoda spočívá v tom, že si tipneme u jednoho organizátora, zda má či nemá rád ananasovou pizzu. Úlohu se pokusíme s tímto předpokladem vyřešit a pokud náš výsledek nikde nebude v rozporu, můžeme jej prohlásit za jedno z možných řešení.

Začneme u libovolného orga, např. u Víti. Řekněme, že Víta pizzu s ananasem rád má.

Pokud by Víta tedy měl rád pizzu s ananasem, bude jeho třetí výrok lživý (u Máji jsme si již ověřili, že ananasovou pizzu ráda má), a proto by jeho první dva výroky byly pravdivé. Z Vítova prvního výroku zjistíme, že Kačka nemá rád pizzu s ananasem. Proto bude Kaččin první výrok lživý a druhý i třetí pravdivý. Její třetí výrok nám však říká, že pokud má Víta rád pizzu s ananasem (řekli jsme si, že má), tak by Mája ananasovou pizzu mít ráda neměla. U Máji jsme však již na začátku s jistotou určili, že má rád pizzu s ananasem. V tomto místě nám dochází ke sporu – dvě informace se liší. Naše úvaha byla založena na odhadu, že Víta má rád pizzu s ananasem, tato úvaha je tedy špatná. Můžeme s jistotou prohlásit, že Víta ananas na pizze rád mít nebude.

Dořešení

Nyní již u dvou organizátorů víme, zda mají či nemají rádi ananasovou pizzu, pokusíme se proto úlohu dořešit čistě logicky.

Nejprve si určíme pravdivost Májiniých výroků. Jelikož víme, že Mája má rád pizzu s ananasem a Víta ne, velmi jednoduše určíme jejich pravdivost, ta je uvedena v tabulce 1.

Organizátor	Výrok 1	Výrok 2	Výrok 3
Mája	PRAVDA	PRAVDA	LEŽ

Tabulka 1: Pravdivost Májiniých výroků

Z Májina druhého výroku zjistíme, že Adam nemá rád pizzu s ananasem, tudíž jeho první výrok bude lživý a druhý a třetí budou pravdivé. Z Adamova druhého výroku zjistíme, že ani Šimon nemá rád pizzu s ananasem, a tudíž jsme schopni určit i (ne)pravdivost Šimonových výroků (vizte tabulku 2).

Organizátor	Výrok 1	Výrok 2	Výrok 3
Šimon	LEŽ	PRAVDA	PRAVDA
Mája	PRAVDA	PRAVDA	LEŽ
Adam	LEŽ	PRAVDA	PRAVDA

Tabulka 2: Pravdivost výroků, které známe

Zároveň si můžeme všimnout, že Adamův třetí výrok a Kaččin druhý výrok jsou v přímém rozporu. Ale u Adamova třetího výroku jsme si již ověřili, že je pravdivý, tudíž musí být Kaččin druhý výrok lživý. Z toho můžeme uvažovat, že Kačka má rád ananasovou pizzu (první výrok).

Jediný, kdo nám chybí určit, je Květa. Abychom určili, zda má Květa ráda ananasovou pizzu, musíme se vrátit zpět k Víťovi. Ten totiž ve svém prvním i třetím výroku říká fakta, která jsme si již v postupu výše vysvětlili (tyto dva výroky jsou tedy pravdivé, jediný druhý výrok musí být nepravdivý). Z toho nám vyplývá, že jak Kačka, tak Květa mají rády pizzu s ananasem.

Na závěr si všechny výroky a zjištění, zda organizátoři mají či nemají rádi pizzu s ananasem, dáme do souhrné tabulky 3. Pokud teď projdeme jednotlivé výroky, zjistíme, že opravdu všechny výroky v tabulce označené za lživé lživé jsou a všechny pravdivé jsou opravdu pravdivé.

Organizátor	Má rád ananasovou pizzu?	Výrok 1	Výrok 2	Výrok 3
Víťa	NE	PRAVDA	LEŽ	PRAVDA
Šimon	NE	LEŽ	PRAVDA	PRAVDA
Kačka	ANO	PRAVDA	LEŽ	PRAVDA
Mája	ANO	PRAVDA	PRAVDA	LEŽ
Adam	NE	LEŽ	PRAVDA	PRAVDA
Květa	ANO	LEŽ	PRAVDA	PRAVDA

Tabulka 3: Souhrn

Úloha má jedno řešení – pizzu s ananasem nemá rád Víťa, Šimon a Adam¹.

Vít Kupilík

vit.kupilik@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.

Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

¹ Jak již bylo zmíněno v zadání, tyto informace o organizátorech nejsou stoprocentně pravdivé. Např. Šimon je jeden z největších zastánců ananasu na pizze.