

Úloha III.4 ... Kluzký puk

7 bodů; (chybí statistiky)

Dva hokejoví hráči jedou vedle sebe do útoku stejným směrem a stejnou rychlostí $v = 9 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ vzdáleni od sebe $d = 7 \text{ m}$. Úsečka, jejížimi jsou krajními body, je kolmá na směr rychlosti. Jakou rychlostí v_0 musí pod vodorovnou odchylkou $\alpha = 45^\circ$ od spojnice hráčů jeden hráč přihrát puk druhému, aby jej druhý zachytil aniž by musel měnit svou rychlost? Koeficient smykového tření mezi pukem a ledem je $f = 0,02$.

Nejdříve si situaci rozebereme. Označme přihrávajícího hokejistu číslem 1 a hokejistu chytajícího puk číslem 2. Představme si trojúhelník se dvěma vrcholy v počátečních polohách hokejistů v okamžiku přihrávky a třetím vrcholem v bodě, kde druhý hokejista puk zachytí, tak jako na obrázku 1. Tento trojúhelník bude pravoúhlý s pravým úhlem u vrcholu odpovídajícímu původní poloze druhého hokejisty.

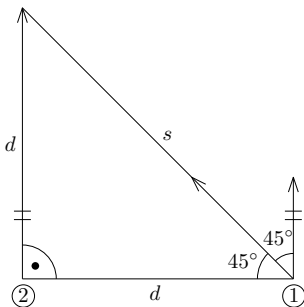
Dále víme, že puk byl vyslán pod úhlem 45° od spojnice hokejistů. Trojúhelník s úhly o velikostech 90° a 45° má třetí úhel o velikosti $180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$. Jedná se tedy o rovnoramenný trojúhelník. Je-li vzdálenost mezi hokejisty d , pak druhý hokejista zachytí puk po ujetí stejné vzdálenosti d .

To stálou rychlostí v zvládne hokejista za čas

$$t = \frac{d}{v}. \quad (1)$$

Vzdálenost s , kterou urazil puk, je rovna délce přepony trojúhelníku z obrázku 1. Pomocí Pythagorovy věty dokážeme spočítat, že

$$s = \sqrt{d^2 + d^2} = d\sqrt{2}. \quad (2)$$



Obrázek 1: Nákres situace

Nyní si spočítáme velikost třecí síly F_t působící na puk. Obecně na výpočet můžeme použít vzorec $F_t = F_N f$, kde F_N je normálová síla, která je v našem případě rovna tíhové síle $F_G = mg$, a f je koeficient smykového tření. Velikost třecí síly tak bude

$$F_t = fmg.$$

Tato třecí síla bude na puk působit zrychlením proti směru pohybu puku a puk tedy bude zpomalovat. Víme, že pro sílu zrychlující těleso platí vztah $F = ma$, v našem případě je tato

síla rovna F_t . Zrychlení pak získáme dosazením $F_t = ma$ do vztahu výše a vydělením jej hmotností puku m

$$ma = fmg \Rightarrow a = fg.$$

Těleso pohybující se rovnoměrně zpomaleně ujede za čas t dráhu

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2.$$

Tento vztah položíme do rovnosti s vyjádřením vzdálenosti s z rovnice (2) a za čas t rovnou dosadíme vyjádření z rovnice (1).

$$\sqrt{2}d = v_0 \frac{d}{v} - \frac{1}{2} f g \frac{d^2}{v^2}$$

Po úpravě dostaneme

$$v_0 = v\sqrt{2} + \frac{f g d}{2v}.$$

Do tohoto vzorce nám teď stačí dosadit číselné hodnoty ze zadání a získáme výsledek. Musíme si ovšem dát pozor, abychom dosazovali ve správných jednotkách, proto si musíme převést rychlost hokejistů v z $9 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ na $2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Hokejista musí puk svému spoluhráči přihrát rychlostí zhruba $v_0 \doteq 3,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \doteq 13,7 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.