

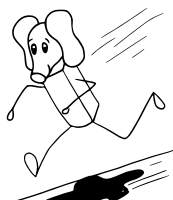
Úloha III.2 ... Kratší kolečko

5 bodů; (chybí statistiky)

Peťa si šel zaběhat na atletický ovál. Běžel ve vnější dráze, když si najednou všimnul, že ho v zatáčce předběhl běžec ve vnitřní, nejkratší dráze. Petu to naštvalo, tak se zamyslel nad tím, o kolik má tento běžec kolečko kratší než on.

Vypočítejte, o kolik je vnitřní dráha oválu kratší než ta vnější. Ovál má 5 drah o šířce 1 m a jeho rovinky jsou dlouhé 80 m. Zatáčky oválu jsou poloviny mezikruží s vnitřním poloměrem $r = 18$ m.

Pokud Peťa i běžec současně vystartují ze začátku jedné rovinky a běží stejnou rychlostí, kolik celých koleček Peťa uběhne, než se znovu potkají? Uvažujte, že oba běhají středem své dráhy.



Začneme tím, že si vyjádříme délku vnitřní a vnější dráhy. Poloměr zatáčky ve vnitřní dráze je $r_1 = 18,5$ m (běžci běhají středem dráhy, proto je poloměr vnitřní dráhy o 0,5 m větší než její okraj) a rovinky jsou dlouhé $l = 80$ m. Celkovou délku obou zatáček vypočítáme jako obvod kruhu s poloměrem r_1 , tedy $2\pi r_1$. Po přičtení délek dvou rovinek dostáváme délku celé vnitřní dráhy $s_1 = 2\pi r_1 + 2l$.

Podobně vypočítáme délku vnější dráhy. Ovál má 5 drah o šířce $d = 1$ m, takže vnější dráha je od vnitřní vzdálena 4 m. Poloměr zatáčky ve vnější dráze je proto $r_2 = r_1 + 4d = 22,5$ m. Celkovou délku dráhy opět vyjádříme jako součet obvodu kruhu a délky rovinek $s_2 = 2\pi(r_1 + 4d) + 2l$.

Nyní vypočítáme, o kolik se délky drah liší

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 2\pi(r_1 + 4d) + 2l - 2\pi r_1 - 2l = 8\pi d = 25,13 \text{ m}.$$

Vidíme, že se délky rovinek vzájemně odečty, výsledek tak závisí pouze na rozdílu poloměrů zatáček. Vnitřní dráha je tedy o přibližně 25 m a 13 cm kratší než ta vnější.

Za každé Peťovo kolečko proto doběhne druhý sportovec o $8\pi d$ dále oproti místu, kde se s Peťou potkal. Petu pak závodník předběhne ve chvíli, kdy bude vzdálenost, kterou na Petu tímto způsobem „našetřil“, rovna délce závodnickova kola. Počet koleček získáme tak, že vypočítanou délku vnitřní dráhy s_1 vydělíme rozdílem délek drah

$$n = \frac{s_1}{8\pi d} = \frac{2\pi r_1 + 2l}{8\pi d} \doteq 10,99.$$

Peťa tedy uběhne 10 celých koleček a bude dobíhat jedenácté, když jej sportovec ve vnitřní dráze opět předežene.

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.