

Úloha II.E ... Kandela kandely

8 bodů; (chybí statistiky)

Viktor si chtěl ověřit svou domněnku, že je v jeho pokoji moc tma. Pokuste se o něco podobného.

Změřte v různých vzdálenostech d intenzitu osvětlení E nějakého světelného zdroje ve svém pokoji (například lampičky) a vynesťte ji do jednoduchého grafu. Následně spočítejte součin Ed^2 pro každé měření a vypočtené hodnoty srovnajte. Jelikož platí tzv. zákon převrácených čtverců, měl by tento součin zůstat konstantní, používáme-li bodový zdroj světla. Odpovídají tomu vaše hodnoty? Pokud ne, dočkáte se objasnit proč?



Pro účely měření si stáhněte vhodnou aplikaci na chytrý telefon, která intenzitu osvětlení změří pomocí světelného senzoru. Nezapomeňte měřit v temné místnosti a mít během měření senzor kolmo na směr paprsků. Jak přesná je podle vás navržená metoda?

Teorie

Každý světelný zdroj má nějaký světelný tok Φ . Ten jej charakterizuje z pohledu celkové světelné energie, která je zdrojem vyzařena za jednotku času. Tento světelný tok se udává v *lumenech* (značení lm) a je to jedna z hlavních charakteristik, která nás většinou při pořizování světelného zdroje zajímá (neboli jak moc bude zdroj svítit).

Cílem experimentu bylo změřit v různých vzdálenostech intenzitu osvětlení E , jejíž jednotkou je *lux* (značení lx). Intenzita osvětlení popisuje množství světla, které dopadá na danou plochu (jako je např. senzor osvětlení mobilního telefonu). Při znalosti světelného toku Φ a plochy S , na kterou se jeho světelný tok rovnoměrně rozprostírá, je možné intenzitu spočítat jako $E = \Phi/S$.

Uvažujme nyní světelný zdroj, který je bodový – lze jej i v malé vzdálenosti aproximovat bodem se zanedbatelnými rozměry a všesměrový – vyzařuje do všech směrů stejně. Nyní uvažujme kouli kolem něj o poloměru d . Pak je její povrch roven $S = 4\pi d^2$, takže díky všesměrnosti zdroje je všude na kouli stejné osvětlení, a to $E = \Phi/4\pi d^2$. Většinou ale máme zdroj, který nesvítí do všech směrů, ale jenom do nějaké části prostoru, pod prostorovým úhlem Ω . Povrch části myšlené koule o poloměru d , na kterou by svítil zdroj pod prostorovým úhlem Ω , by byl roven $S = \Omega d^2$.

Dosazením do vzorce pro intenzitu osvětlení a vyjádřením dostaneme vztah pro součin Ed^2 , který má tvar $Ed^2 = \Phi/\Omega$, kde Ω je již zmíněný prostorový úhel, do kterého světelný zdroj vyzařuje (pro celou kouli je prostorový úhel $\Omega = 4\pi$). A proč jsme se nejprve věnovali tomuto odvození?

Abychom si z něj mohli vyvodit omezení, která pro náš experiment platí. A proč budeme dále namísto rovnosti s prostorovým úhlem používat pouze úměrnost mezi součinem Ed^2 a Φ (tedy budeme psát, že $Ed^2 \propto \Phi$, kde $\propto$ značí úměrnost mezi levou a pravou stranou, tedy že pokud se levá strana například dvakrát zvětší, pravá se zvětší také dvakrát)?

Konkrétně určitě nebudeme pracovat se všesměrovým zdrojem (tento předpoklad jsme použili při dosazení povrchu celé koule). Reálné světelné zdroje většinou vyzařují jen do části prostoru, což je většinou záměr – například při osvětlování plochy pracovního stolu příliš nestojíme o osvětlování stropu apod. Dále platí, že zdroje nevyzařují do všech směrů stejně. A v neposlední řadě také žádný zdroj není bodový, byť v rámci našeho měření jej budeme

moci za bodový v dostatečně velké vzdálenosti považovat. Tohle všechno jsou důvody, proč bude v daném směru sice fungovat *zákon převrácených čtverců*, tedy že součin Ed^2 by měl být v různých vzdálenostech přibližně konstantní (protože $Ed^2 \propto \Phi$ a Φ je konstantní), ale pokud bychom se snažili přímo spočítat světelný tok, pravděpodobně bychom se velmi významně spletli!¹

Odvození nám také říká, že musíme při měření dbát na kolmou polohu senzoru vůči směru paprsků. Tento předpoklad jsme opět implicitně využili při dosazování vztahu pro plochu povrchu koule (ta je ve všech směrech na paprsky kolmá).

Postup měření

Pro měření jsme si vybrali stolní lampičku osazenou LED žárovkou s uvedeným příkonem 4 W, teplotou světla 2700 K (odpovídá vnímané barvě světla) a světelným tokem 465 lm. Lampičku jsme natočili tak, aby byla osa žárovky vodorovná s podlahou a podél této osy jsme si připravili vysunovací metr, který začínal u žárovky a vedl směrem od ní. Důležité bylo vše dělat v dobře zatemněné místnosti, aby naše měření neovlivnily například světla z ulice. Také bylo potřeba se zbavit předmětů poblíž osy žárovky a odrazivých ploch, aby tyto naše měření negativně neovlivnily (nejlepší by bylo provádět měření v dokonale temné místnosti s dokonale pohltivými stěnami).

Následně jsme si do telefonu (Redmi Note 13 Pro) stáhli vhodnou aplikaci („Měřič světla“). S telefonem jsme poté změřili ve dvaceticentimetrových intervalech intenzitu osvětlení (aplikace zprůměrovala hodnoty za 10 s měření). V souladu s teorií jsme dbali na kolmou polohu senzoru a snažili jsme se telefon umístit co nejpřesněji do dané vzdálenosti. Také se ukázalo, že je důležité stát za telefonem a ne vedle něho, neboť člověk poblíž osy mezi žárovkou a senzorem měření dosti výrazně ovlivňoval (část světla se od něj odrážela).

Naměřené hodnoty

Všechny naměřené hodnoty jsme zaznamenali do tabulky 1 a následně vynesli do grafu 1. Tabulka obsahuje kromě sloupců se vzdálenostmi a intenzitami osvětlení ještě sloupce se součinem Ed^2 a korigovaným součinem $(E - 1,5 \text{ lx})d^2$ – jeho význam bude vysvětlen v diskuzi. Graf 1 obsahuje pouze závislost intenzity osvětlení na vzdálenosti, graf 2 pak závislost součinu a korigovaného součinu na vzdálenosti.

Diskuze

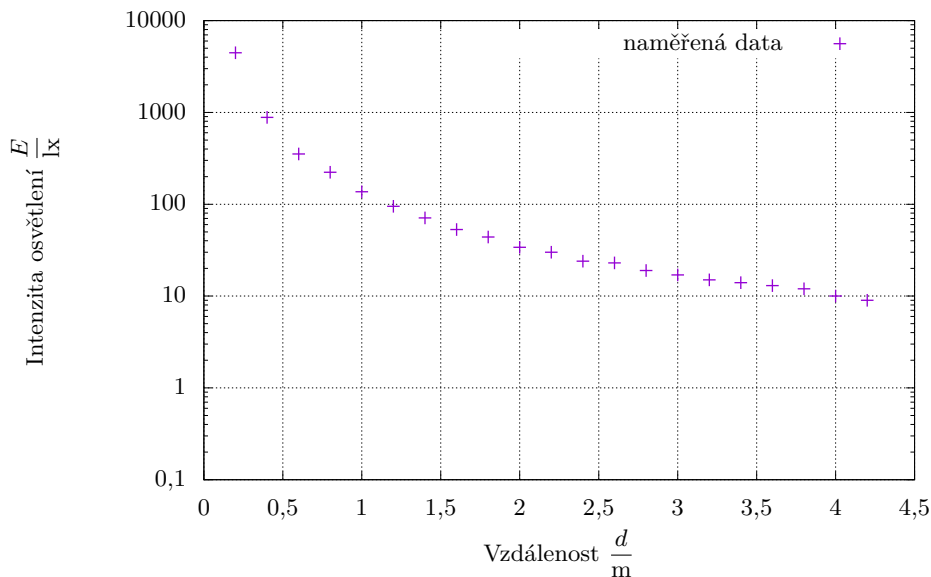
Když se podíváme na naměřené hodnoty intenzity osvětlení, vidíme rychlý pokles, který na první pohled odpovídá teoreticky předpovězenému poklesu s převrácenou druhou mocninou. Mnohem zajímavější je graf závislosti součinu Ed^2 na vzdálenosti. Můžeme si všimnout, že až na malé vzdálenosti, kde už nelze zdroj aproximovat jako bodový, vychází součin skutečně přibližně konstantní. Zákon převrácených čtverců tedy pro náš zdroj platí (minimálně pro střední vzdálenosti) velmi dobře. A ani hodnoty pro malé a velké vzdálenosti se od sebe příliš neliší.

Nelze si ale nevšimnout mírně rostoucího trendu hodnot součinu Ed^2 ve směru zvyšující se vzdálenosti d . Napadla nás hypotéza, že by to mohlo být způsobeno světelným pozadím, tj. rozptýleným a odraženým světlem, které se sčítá se světlem přímo vyzářeným zdrojem.

¹Naměřená intenzita osvětlení všesměrového zdroje, se kterým náš vztah počítá, by byla při stejném světelném toku mnohem nižší, neboť by se tento světelný tok rozptýlil do většího prostorového úhlu.

$\frac{d}{\text{m}}$	$\frac{E}{\text{lx}}$	$\frac{Ed^2}{\text{lx} \cdot \text{m}^2}$	$\frac{(E - 1,5 \text{ lx})d^2}{\text{lx} \cdot \text{m}^2}$
0,2	4 462	178	178
0,4	884	141	141
0,6	353	127	127
0,8	223	143	142
1,0	137	137	136
1,2	95	137	135
1,4	71	139	136
1,6	53	136	132
1,8	44	143	138
2,0	34	136	130
2,2	30	145	138
2,4	24	138	130
2,6	23	155	145
2,8	19	149	137
3,0	17	153	140
3,2	15	154	138
3,4	14	162	145
3,6	13	168	149
3,8	12	173	152
4,0	10	160	136
4,2	9	159	132

Tabulka 1: Naměřené hodnoty intenzity osvětlení pro různé vzdálenosti od zdroje, doplněné o součin Ed^2 a korigovaný součin $(E - 1,5 \text{ lx})d^2$.



Obrázek 1: Závislost intenzity osvětlení na vzdálenosti, logaritmické měřítko (se základem 10) na ose y

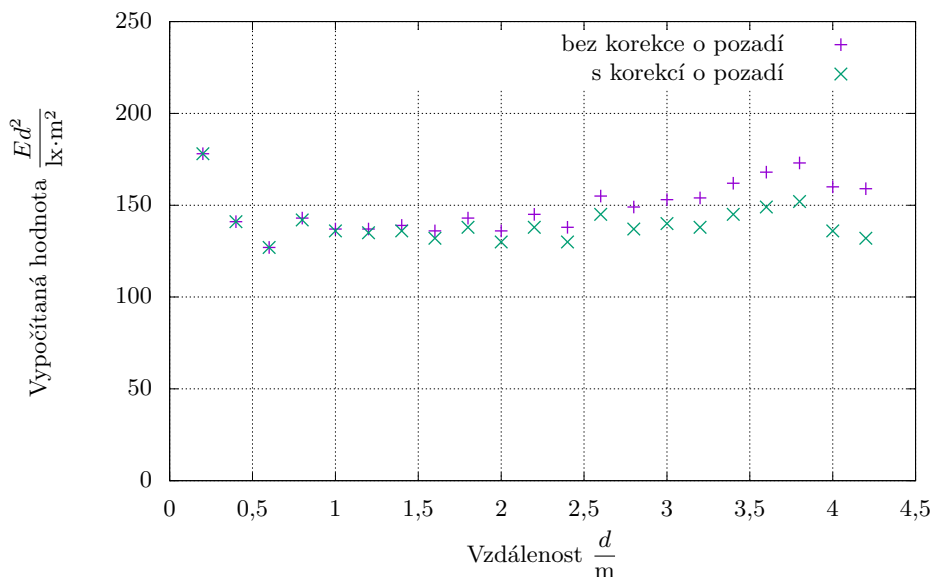
Hodnotu tohoto světleného pozadí jsme dodatečně změřili namířením senzoru směrem od zdroje jako cca 1,5 lx. Když jsme tuto hodnotu odečetli od naměřených hodnot intenzity osvětlení před jejich vynásobením čtvercem vzdálenosti, skutečně došlo ke značnému zploštění trendu a růst součinu zmizel. Tím jsme se dost pravděpodobně ex post zbavili nezanedbatelné systematické chyby, která by nám jinak výsledky zkreslila.

Pro zajímavost si můžete ověřit, že po započítání korekce o pozadí se nám rovněž výrazně sníží rozptyl vypočítaných hodnot součinu Ed^2 , což odpovídá teoretickému předpokladu, že tento součin by měl zůstat konstantní (již dříve jsme si v teoretické části odvodili, že je úměrný světelnému toku).

Zdrojem chyb našeho měření bylo vícero. Předně náš zdroj nebyl bodový, což způsobilo zkreslení měření v malých vzdálenostech. Senzor nemusel být vždy zcela kolmý na osu zdroje a nepřesnost měření vzdálenosti byla určitě alespoň několik centimetrů. Také je potřeba zdůraznit, že celé naše měření je založeno na důvěře ve tvůrce aplikace. Předpokládali jsme, že čte data ze senzoru správně, a také že je dokáže správně interpretovat. Je vysoce pravděpodobné, že senzor nemusel být dobře zkalibrovaný, tj. hodnoty mohly být posunuté (nebo jinak zkreslené). Celkově by se ale dalo říct, že měření pomocí telefonu a aplikace se jeví jako relativně přesné vzhledem k očekávaným chybám. Pro přesnější odhad přesnosti našeho měření bychom potřebovali srovnání s nějakým zkalibrovaným a důvěryhodnějším senzorem.

Rozhodně se nemusíme trápit tím, že kdybychom vynásobili náš součin prostorovým úhlem, dostali bychom podstatně větší hodnoty světelného toku, než jaký byl uvedený na LED žárovce. S tím jsme totiž od začátku počítali. Detailně jsme si to rozebrali v poznámce pod čarou v sekci s teorií a na základě toho jsme si kladli za cíl pouze prověřit úměrnost, nikoliv rovnost. Zájemci

si mohou světelný tok dopočítat sami a pro zajímavost jej porovnat s hodnotou uvedenou na žárovce. Podíl nám dá přibližný odhad na prostorový úhel, do kterého proměřovaný zdroj vyzařoval (za předpokladu stejnoměrné intenzity osvětlení v různých směrech).



Obrázek 2: Závislost součinu a korigovaného součinu na vzdálenosti

Závěr

V rámci experimentu jsme si ověřili, že i s použitím běžného chytrého telefonu a volně dostupné aplikace lze telefon použít k měření alespoň orientačních hodnot intenzity osvětlení. Dále jsme si díky měření této veličiny v různých vzdálenostech ověřili, že platí zákon převrácených čtverců, a že součin čtverce vzdálenosti a intenzity osvětlení vychází pro různé vzdálenosti přibližně konstantní. Vypočítané hodnoty jsme následně ještě korigovali o pozadí, čímž jsme eliminovali zdroj systematické chyby.

Hodnoty takto naměřené v domácích podmínkách by bylo dobré pro představu srovnat s hodnotami přesnějšího senzoru, ale obecně se lze domnívat, že minimálně pro účely našeho experimentu byla přesnost senzoru telefonu dostatečná. V dopočítání světelného toku zdroje nás mnohem více než přesnost senzoru limitovala neznámá směrová charakteristika zdroje, tedy

to jak se mění intenzita osvětlení v závislosti úhlu mezi osou měření a osou LED žárovky.

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.