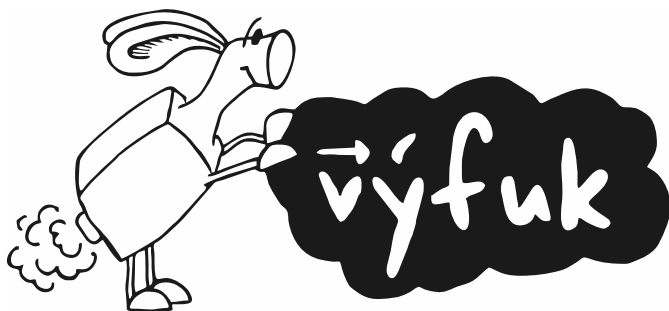




výpočty fyzikálních úkolů

Milí kamarádi a milé kamarádky,

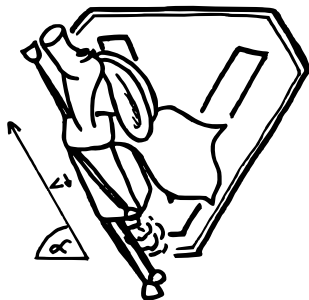
v rukou držíte brožurku čtvrté série. Najdete v ní zadání úloh, ve kterých zjistíte, co je glovebox, budete se hádat o tom, zda máte rádi pizzu s ananášem, a dorazí vám zásilka olivového oleje. V experimentální úloze se dopídíte, proč v obchodě nekoupíte litr rýže a ve Výfučení o světle se mimo jiné dozvíte, proč a jak se tvoří duha. V této brožurce také naleznete vzorová řešení úloh 3. série a průběžné pořadí řešitelů.

Stále probíhá přihlašování na Zimní víkendovku, která se uskuteční od 30. ledna do 1. února na skautské základně v Mentaurově u Litoměřic. Můžete se těšit na zajímavé přednášky, zábavné hry a skvělou partu lidí.

Brzy se také začne spouštět přihlašování na Výfučí tábor, který se letos bude konat od 26. července do 8. srpna v Panenské Rozsínce na Vysočině. Program bude pestrý – čeká na vás spousta přednášek a ještě víc her. Počet míst je omezený a zájem každoročně převyšuje maximální kapacitu tábora, takže přihlašování rozhodně nenechávejte na poslední chvíli!

Do lednových i dalších dní vám přejeme hodně štěstí, zdraví a mnoho úspěchů nejen při řešení Výfuku.

Organizátoři
vyfuk@vyfuk.org



matfyz



Zadání IV. série



Termín odeslání: 23. 2. 2026 20.00

Úloha IV.1 ... Pizza s ananase ⑥ ⑦

5 bodů

Výfučí organizátoři mají rádi pizzu. Někdy je nebezpečné říkat veřejně své názory ohledně toho, zda máte či nemáte rádi pizzu s ananase. Proto se každý organizátor vždy musí pořádně zamyslet, zda bude, nebo nebude říkat pravdu. Každý organizátor pronesl tři tvrzení, z nichž jsou pokaždé právě dvě pravdivá a jedno lživé:



1. Víta: Buď já mám rád pizzu s ananase a Kačka ji ráda nemá, nebo naopak já nemám rád pizzu s ananase a Kačka ji má ráda. Kačka nebo Květa nemají rády pizzu s ananase. Mája nebo já nemáme rádi pizzu s ananase.
2. Šimon: Mám rád jakoukoliv pizzu. Na špenátové pizze se nachází špenát. Víta má rád pizzu quattro formaggi.
3. Kačka: Mám ráda pizzu s ananase. Květa má ráda salámovou pizzu. Jestliže má Víta rád pizzu s ananase, pak ji Mája nemá ráda.
4. Mája: Chutná mi pizza s ananase. Adam nemá rád, když je na pizze ananas. Já i Víta máme rádi pizzu s ananase.
5. Adam: Mám rád pizzu s ananase. Šimon by pizzu s ananase nikdy nepozřel. Květa nemá ráda pizzu se salámem.
6. Květa: Mezi námi je právě jeden organizátor, který nemá rád pizzu s ananase. Jestliže má Šimon rád pizzu s ananase, pak je i Kaččina oblíbená pizza také pizza s ananase. Víta a Adam buď oba pizzu s ananase rádi mají, nebo oba nemají.

Kterí z organizátorů nemají rádi pizzu s ananase? Uvažujte, že každý buď ananasovou pizzu rád má, nebo nemá. Jakákoliv podobnost se skutečnými organizátory je čistě náhodná.

Úloha IV.2 ... Přeslazená limonáda ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

5 bodů

Organizátoři rádi pijí limonádu. Jednou se proto rozhodli, že na schůzku obstarají 2,5 l džbán limonády s 5% koncentrací¹ šťávy. Hned při první degustaci (ochutnané množství limonády zanedbejte) ale zjistili, že je jejich oblíbená pochutina příliš sladká. Zavedli tedy pravidlo, že kdo si odlije sklenici limonády, musí (po uvážení, zda je limonáda stále příliš sladká) doplnit džbán sklenicí vody. Každá sklenice má objem 200 ml a všichni organizátoři považují limonádu za nepřeslazenou, pokud má koncentraci šťávy nejvýše 3%, přičemž každý organizátor vypije právě jednu plnou sklenici limonády. Vyjádřete obecně koncentraci limonády po n -tém doplnění džbánu a následně vypočítejte koncentraci limonády ve džbánu po tom, co se napije 7 organizátorů. Bude v tento moment limonáda stále přeslazená?

¹Koncentrací je v zadání této úlohy myšlena objemová koncentrace.

Úloha IV.3 ... Těžká láhev 6 7 8 9

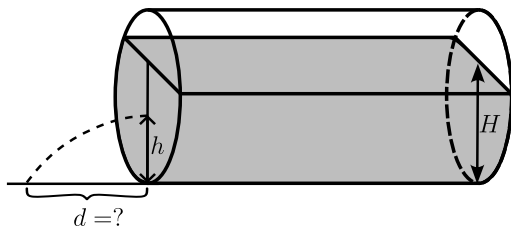
6 bodů

Aleš napouští vodou z kohoutku svou láhev, která, když je prázdná, má hmotnost $m = 80 \text{ g}$. Z kohoutku se láhev o celkovém objemu $V = 0,5 \text{ l}$ napustí za čas $t = 5 \text{ s}$. Jak velká síla působí na Alešovu ruku ve chvíli, kdy je láhev naplněna ze tří čtvrtin? Nakreslete graf závislosti této síly na čase během celého napouštění. Tíhovou sílu dopadající vody zanedbejte, uvažujte pouze tíhovou sílu samotné láhve a vody v ní. Předpokládejte, že objemový průtok vody je po celou dobu napouštění konstantní.

**Úloha IV.4 ... Olejová nehoda 6 7 8 9**

7 bodů

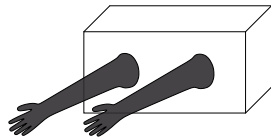
Eva se rozhodla strávit jeden semestr studií v Itálii a během pobytu si přivydělávala v malé restauraci. Jednoho dne dorazila obrovská zásilka – vak olivového oleje přibližně ve tvaru ležícího válce, přičemž hladina oleje ve vaku se nacházela ve výšce $H = 1,5 \text{ m}$ nad podlahou. Kvůli jazykové bariéře Eva nepochopila, že se má olej odebírat ventilem, a tak improvizovala a vyřezala ve výšce $h = 1,3 \text{ m}$ nad podlahou díru v podstavě vaku tak, aby proud oleje vytékal ven kolmo na podstavu a dopadl do blízké nálevky vedoucí do podzemní nádrže. V jaké maximální vzdálenosti od okraje vaku může nálevka být, aby do ní olej alespoň zpočátku dopadal? Předpokládejte, že olej je ideální kapalina.

**Úloha IV.5 ... Glovebox 6 7 8 9**

8 bodů

Monča na stáži manipuluje s hodně reaktivním a nebezpečným materiálem, který se uchovává v inertní atmosféře čistého argonu v takzvaném gloveboxu. Glovebox je vzduchotěsná uzavřená krabice, která má v sobě rukavice, díky kterým jde pracovat s materiálem uvnitř.

Ten, se kterým Monča pracuje, je kvádr o objemu $1,2 \text{ m}^3$. Monča při práci používá dvě rukavice, které kvůli vyššímu tlaku za normálních podmínek uvnitř gloveboxu (tedy když je zrovna Monča nepoužívá) trčí ven. Uvnitř gloveboxu, když zrovna není používán, je teplota $21,2^\circ \text{C}$ a tlak $112,8 \text{ kPa}$. Argon považujte za ideální plyn s jednoatomovými molekulami.



1. Monča změřila, že když zastrčí ruce do rukavic, teplota uvnitř se zvýší na $21,6^\circ \text{C}$ a tlak na $116,3 \text{ kPa}$. Jaký objem mají obě rukavice, pokud uvažujeme, že mají stejný objem, když jsou zastrčené i vystrčené z gloveboxu?

- Potom si Monča uvědomila, že s údaji, které má, může vypočítat, kolik plynu je uvnitř. Využijte objemu rukavic, který jste spočítali, a zjistěte molární množství argonu v gloveboxu.
- Vypočítejte, jakou práci Monča vykoná, když strčí obě ruce do gloveboxu. Můžete uvažovat, že všechna vykonaná práce se změní na vnitřní energii plynu.

Úloha IV.E ... Není litr jako litr ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

8 bodů

Viktor procházel přes farmářské trhy a všiml si, že se v jednom stánku prodávaly borůvky nikoliv na kilogramy, ale na litry. Hned ho napadlo, jestlipak se prodejce nesnaží zákazníky ošidit. Mezi jednotlivými kusy ovoce totiž zůstala spousta vzduchu – litrová nádoba tak neobsahovala jen borůvky, ale i prázdný prostor mezi nimi. Rozhodl se, že naměří, kolik vzduchu prodejce prodával.



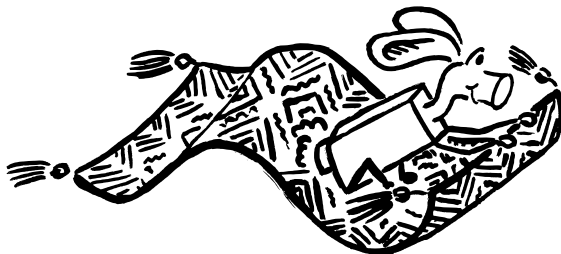
Změřte, podobně jako Viktor, pro vámi zvolenou pevnou látku (např. čočku) tzv. *koeficient zaplnění* – tedy poměr skutečného objemu suroviny a objemu, který surovina v nádobě zabírá.

Úloha IV.V ... Světlo ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

7 bodů

- Spočítejte energii fotonu na hranici rentgenového záření a gama záření a fotonu na hranici mikrovlnného a infračerveného záření. Kolikrát větší energii má první zmíněný foton než ten druhý?
- Dan si v noci hrál u svého bazénu s baterkou. Všiml si, že když do bazénu svítí bílým světlem, na dně se na hranici osvětlené a neosvětlené části objeví barevný pruh. Dan si hned uvědomil, že tento pruh je způsoben lomem světla na hladině vody, a zajímalo ho, jakou šířku tento pruh má. Protože se mu už do bazénu nechtělo lézt a měřit šířku pruhu přímo, rozhodl se ji spočítat.

Krajní paprsek jeho baterky dopadá do bazénu pod úhlem $\theta = 41^\circ$ vůči kolmici k hladině a bazén má hloubku $h = 1,5$ m. Index lomu fialové barvy ve vodě je $n_v = 1,339$ a červené $n_r = 1,331$, ve vzduchu je index lomu obou barev $n = 1,000$. Spočítejte stejně jako Dan šířku barevného pruhu na dně bazénu. Počítejte pouze s tím pruhem, který je způsoben zmíněným krajním paprskem.





Výfučtení: Světlo aneb proč a jak vidíme svět

Co je vlastně světlo – je to vlna, nebo částice? Proč je obloha přes den modrá a západ slunce oranžový? Jak vzniká duha a proč vidíme barvy? To vše a mnohem více se dozvíte v tomto Výfučtení.

Začneme úplným základem – podstatou světla. Světlo můžeme chápat jako druh energie; tato energie má dvojí podstatu (odborně říkáme duální charakter). To znamená, že se světlo může chovat buď jako proud částic (fotonů), nebo jako vlna. Je proto vlněním i částicí současně, jen záleží na tom, jak se na něj díváme a jakou fyzikální veličinu zrovna měříme.

Světlo jako vlna

Pokud se zajímáme o šíření světla, lom, odraz nebo vznik barev, na světlo nahlížíme jako na vlnění. Vlny jsou charakterizovány vlnovou délkou λ , což je vzdálenost mezi dvěma sousedními vrcholy vlny.

Vlnová délka určuje, jakou má světlo energii. Čím kratší je vlnová délka, tím větší má záření energii. Proto se například ultrafialové záření, které má vlnovou délku menší než 400 nm, používá jako dezinfekce v mikrobiologických laboratořích nebo na úpravu pitné vody.

Světlo s vlnovou délkou v rozsahu 400 nm až 750 nm se nazývá viditelná oblast světla. Na tyto vlnové délky jsou totiž citlivé světločivné buňky v lidském oku – konkrétně čípky. Čípků má lidské oko tři typy, které rozlišují tři základní barvy (vlnové délky) světla dopadajícího na sítnici – červenou (s vlnovou délkou 620 nm – 750 nm), zelenou (490 nm – 570 nm) a modrou (420 nm – 490 nm). Kombinací těchto tří barev, respektive spoluprací tří základních typů čípků, vznikají doplňkové barvy – např. žlutá, oranžová a fialová.

Světlo s vlnovou délkou nad 750 nm (až 1 mm), označované jako infračervená oblast, se dle vlnové délky dále dělí na blízkou infračervenou, střední infračervenou a dalekou infračervenou oblast. Infračervené světlo můžeme cítit jako teplo. Jde o záření, které je produkováno hlavně pohybem molekul a atomů v tělesech. Každé těleso s teplotou nad absolutní nulou tak vyzařuje infračervené záření. Čím větší teplotu těleso má, tím více světla vyzařuje. Velkým zdrojem infračerveného záření je například Slunce, večerní táborák nebo radiátor v místnosti. Využívá se třeba v dálkových ovladačích, optických vláknech nebo termokamerách.

Světlo je charakterizováno také frekvencí f udávanou v jednotkách hertz (Hz). Ta obecně říká, kolikrát se určitý děj zopakuje za jednu sekundu. V kontextu světla je to počet vrcholů vln, které projdou daným místem za jednu sekundu. Mezi vlnovou délkou a frekvencí platí vztah

$$f = \frac{c}{\lambda},$$

kde $c = 299\,792\,458\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ je rychlost světla.

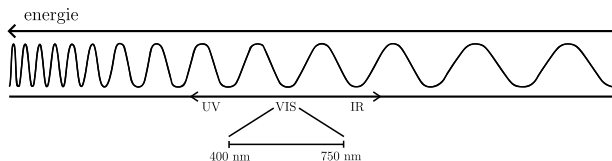
Světlo jako částice

Teď se podívejme na světlo z jiného úhlu pohledu – jako na kvanta světla (fotony). Fotony jsou částice, které přenášejí nějaké množství energie (můžeme si je tedy představit jako takové balíčky-

ky). Jak jsme již naznačili, množství energie souvisí s vlnovou délkou světla, tedy i s frekvencí: energie se snižuje s rostoucí vlnovou délkou. Energii jednoho fotonu můžeme zapsat jako

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda},$$

kde h je Planckova konstanta, která má hodnotu $6,626 \cdot 10^{-34}$ J·s. Energie fotonů tak závisí pouze na jejich vlnové délce.



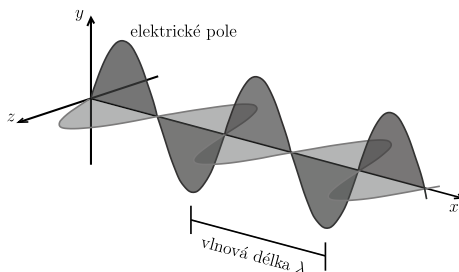
Obrázek 1: Vlnové délky elektromagnetického záření

Na fotonech je zajímavé, že přestože mají nulovou klidovou hmotnost, nesou kromě energie také hybnost. Ta souvisí s ostatními zmíněnými veličinami následovně

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Ve vakuu se fotony pohybují vždy rychlostí světla $c \approx 300\,000\text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$. Tato hranice rychlosti nemůže být nikdy překonána žádnou částicí při libovolném urychlování. Velmi blízko rychlosti světla ve vakuu mají částice v urychlovačích jako je např. urychlovač LHC (Large Hadron Collider) v CERNu. Čím blíže je částice rychlosti světla, tím více energie jí musíme dodat, aby ještě více zrychlila. Částicím bychom tak museli dodat nekonečné množství energie, aby této rychlosti dosáhly. A dodat nekonečné množství energie prostě nelze.

V kvantové fyzice se fotony považují za přenašeče elektromagnetické síly. Světlo totiž není jedna samostatná vlna, ale má dvě složky. Skládá se ze dvou vln, které kmitají stejným směrem a jsou na sebe navzájem kolmé. V kontextu světla hovoříme o tzv. elektromagnetickém záření – elektrická složka „se vlní“ nahoru a dolů a magnetická složka doprava a doleva – velmi zjednodušeně řečeno.



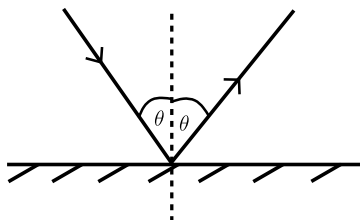
Obrázek 2: Světlo jako elektromagnetická vlna

Barvy objektů a odraz světla

Světlo může materiály procházet nebo jimi může být částečně nebo úplně pohlceno či odraženo. Odraz světla se řídí jednoduchým zákonem

$$\theta_d = \theta_o,$$

kde θ_d je úhel mezi dopadajícím paprskem a kolmicí k povrchu, od kterého se odrazilo, a θ_o je úhel mezi odraženým paprskem a kolmicí k danému povrchu. Od hladkých povrchů se proto světlo odráží tak, že úhel dopadu je vždy stejný jako úhel odrazu. Pokud je ale povrch hrubý, světlo se od každé nerovnosti odrazí jinak a zákon nebude obecně platit pro celý povrch.



Obrázek 3: Odraz světla

Díky tomuto jevu vidíme odražený zrcadlový obraz na vodní hladině či v zrcadle. Náš mozek si odražené paprsky interpretuje, jakoby vycházely přímo z tohoto hladkého povrchu.

Tělesa nemusí světlo jen odrážet, ale mohou ho i pohlcovat – buď úplně, a objekt se tak jeví jako černé těleso, nebo se odrazí pouze část (určité vlnové délky) záření. Například červené materiály odrážejí červenou část spektra a ostatní vlnové délky pohlcují. Zelené materiály odrážejí zelené světlo, žluté materiály odrážejí červené a zelené světlo apod.

Některé materiály světlo propouštějí a můžeme je využít pro optické filtry. Optické filtry propouštějí určitou vlnovou délku a ostatní pohlcují nebo odrážejí (červený filtr propouští červené barvy, zelený propouští zelené atd.). Každodenně používaným příkladem optického filtru jsou sluneční brýle.

Lom světla

Světlo se obvykle šíří po přímce, ale když narazí na hranici mezi dvěma prostředími, tedy přechází například ze vzduchu do vody, změní svůj směr o určitý úhel. Tomuto jevu se říká lom světla a je dán tzv. optickou hustotou prostředí. Světlo se ve vodě šíří pomaleji než ve vzduchu a změna jeho rychlosti se projeví právě ohnutím směru paprsku. Čím větší je rozdíl v optických hustotách prostředí, tím více se paprsek zlomí. Tohoto jevu si můžeme všimnout například při pozorování brčka ve sklenici vody – brčko se jeví jinak velké, než ve skutečnosti je. Jak moc světlo v daném prostředí změní směr, můžeme popsat indexem lomu. Index lomu vyjádříme pomocí vzorce

$$n = \frac{c}{v},$$

kde c je rychlost světla ve vakuu, která je konstantní, a v je rychlost světla v daném prostředí (například ve vodě je to $225\,000\,000\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$). Index lomu tedy vyjadřuje, kolikrát je světlo v daném prostředí zpomaleno oproti vakuu. Různé vlnové délky ale mají ve stejném prostředí

rozdílné rychlosti, a tak i různé indexy lomu. Lomu světla se využívá především v optických čočkách, které mohou podle typu paprsky světla buď koncentrovat do jednoho bodu, nebo je naopak rozptýlit.

Díky lomu světla také vzniká duha. Bílé denní světlo tvořené vzájemným překryvem světla všech vlnových délek se za deště nebo při průchodu optickým hranolem láme a rozkládá se podle vlnové délky od fialové po červenou.² Každá barva mění směr trochu jinak. Krátké vlny se lámou více, a tak je fialová barva vždy naspod duhy. Tento jev se nazývá disperze světla.

Pro lom světla platí Snellův zákon

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 ,$$

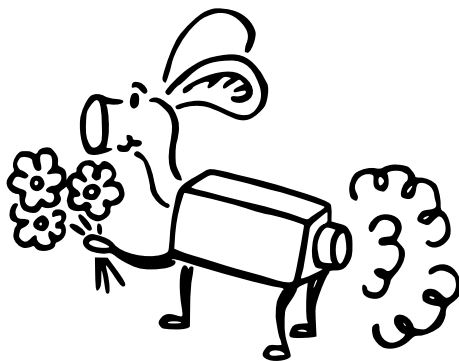
kde n_1 , n_2 jsou indexy lomu obou prostředí, θ_1 je úhel dopadu (vztahuje se k normále, tedy kolmici k povrchu materiálu) a θ_2 úhel zlomeného světla. Vidíme tak, že úhel lomu závisí na tom, jak se liší indexy lomu n_1 a n_2 . Pokud tak vlna prochází mezi prostředími se stejným indexem lomu, paprsek se vůbec nezlomí. Také můžeme vidět, že při přechodu do prostředí s nižším indexem lomu se úhel paprsku vůči normále zvětší, zatímco při přechodu do prostředí s větším indexem lomu se zmenší.

Závěr

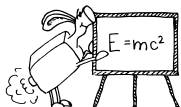
V tomto Výfučení jsme si ukázali, co je to světlo a proč s ním někdy počítáme jako s vlnou a někdy jako s částicí. Vysvětlili jsme si, jak se podle vlnové délky liší druhy světla a popsali jsme si, k čemu se mohou využívat. Ukázali jsme si vztahy pro energii a hybnost fotonů a naučili jsme se počítat lom světla pomocí Snellova zákona.

Julie Weisová

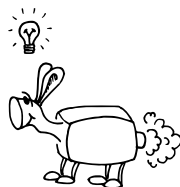
julie.weisova@vyfuk.org



²Někdy může vznikat i takzv. „bílá duha“, často se tak děje v řidší mlze, ve které nejsou kapky vody dostatečně velké na to, aby se barvy rozdělily.



Řešení III. série



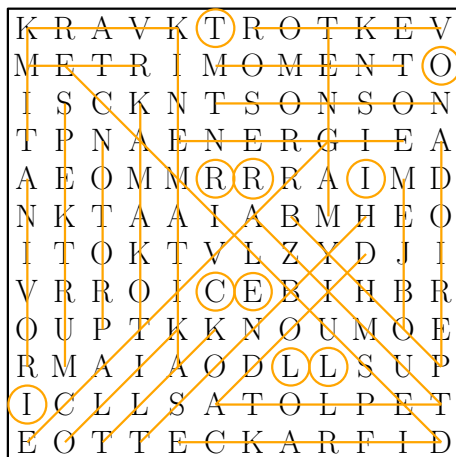
Úloha III.1 ... Osmisměrka

5 bodů; průměr 4,54; řešilo 114 studentů

Výfuček ve volném čase rád luští osmisměrky. Tentokrát se však rozhodl, že vám nějakou takovou sám vymyslí. No a protože je to Výfuček, vytvořil ji fyzikální. V osmisměrce je 25 jednoslovných nejméně čtyřpísmenných fyzikálních pojmů. Písmena, která nejsou součástí žádného ze slov, tvoří dohromady tajemku – jméno známého fyzika. Vyluštěte osmisměrku. Jakým objevem se fyzik z tajemky nejvíce proslavil?

K	R	A	V	K	T	R	O	T	K	E	V
M	E	T	R	I	M	O	M	E	N	T	O
I	S	C	K	N	T	S	O	N	S	O	N
T	P	N	A	E	N	E	R	G	I	E	A
A	E	O	M	M	R	R	R	A	I	M	D
N	K	T	A	A	I	A	B	M	H	E	O
I	T	O	K	T	V	L	Z	Y	D	J	I
V	R	R	O	I	C	E	B	I	H	B	R
O	U	P	T	K	K	N	O	U	M	O	E
R	M	A	I	A	O	D	L	L	S	U	P
I	C	L	L	S	A	T	O	L	P	E	T
E	O	T	T	E	C	K	A	R	F	I	D

Torricelli, italský vědec 17. století, proslul vynálezem *barometru* – zařízení k měření tlaku vzduchu. Jde o trubici s jedním uzavřeným koncem, která se zcela naplní rtutí. Trubice se následně převrátí a ponoří do nádoby se rtutí. Rtuťový sloupec pak poklesne přesně tak, že hydrostatický tlak od něj (spočitatelný jako $h\rho g$, kde h je výška rtuťového sloupce, ρ hustota rtuti a g tíhové zrychlení) vyrovná okolní, atmosférický tlak působící na rtuť v nádobě. S měněním se atmosférickým tlakem tudíž kolísá i výška rtuťového sloupce.



Obrázek 4: Řešení osmisměrky

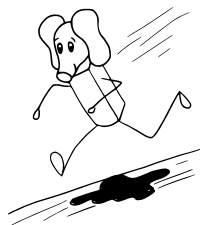
Úloha III.2 ... Kratší kolečko

5 bodů; průměr 3,98; řešilo 211 studentů

Peťa si šel zaběhat na atletický ovál. Běžel ve vnější dráze, když si najednou všimnul, že ho v zatáčce předběhl běžec ve vnitřní, nejkratší dráze. Peťu to naštvalo, tak se zamyslel nad tím, o kolik má tento běžec kolečko kratší než on.

Vypočítejte, o kolik je vnitřní dráha oválu kratší než ta vnější. Ovál má 5 drah o šířce 1 m a jeho rovinky jsou dlouhé 80 m. Zatáčky oválu jsou poloviny mezikruží s vnitřním poloměrem $r = 18$ m.

Pokud Peťa i běžec současně vystartují ze začátku jedné rovinky a běží stejnou rychlostí, kolik celých koleček Peťa uběhne, než se znovu potkají? Uvažujte, že oba běhají středem své dráhy.



Začneme tím, že si vyjádříme délku vnitřní a vnější dráhy. Poloměr zatáčky ve vnitřní dráze je $r_1 = 18,5$ m (běžci běhají středem dráhy, proto je poloměr vnitřní dráhy o 0,5 m větší než její okraj) a rovinky jsou dlouhé $l = 80$ m. Celkovou délku obou zatáček vypočítáme jako obvod kruhu s poloměrem r_1 , tedy $2\pi r_1$. Po přičtení délek dvou rovinek dostáváme délku celé vnitřní dráhy $s_1 = 2\pi r_1 + 2l$.

Podobně vypočítáme délku vnější dráhy. Ovál má 5 drah o šířce $d = 1$ m, takže vnější dráha je od vnitřní vzdálena 4 m. Poloměr zatáčky ve vnější dráze je proto $r_2 = r_1 + 4d = 22,5$ m. Celkovou délku dráhy opět vyjádříme jako součet obvodu kruhu a délky rovinek $s_2 = 2\pi(r_1 + 4d) + 2l$.

Nyní vypočítáme, o kolik se délky drah liší

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 2\pi(r_1 + 4d) + 2l - 2\pi r_1 - 2l = 8\pi d = 25,13 \text{ m}.$$

Vidíme, že se délky rovinek vzájemně odečtou, výsledek tak závisí pouze na rozdílu poloměrů zatáček. Vnitřní dráha je tedy o přibližně 25 m a 13 cm kratší než ta vnější.

Za každé Peťovo kolečko proto doběhne druhý sportovec o $8\pi d$ dále oproti místu, kde se s Peťou potkal. Peťu pak závodník předběhne ve chvíli, kdy bude vzdálenost, kterou na Peťu tímto způsobem „našetřil“, rovna délce závodnickova kola. Počet koleček získáme tak, že vypočítanou délku vnitřní dráhy s_1 vydělíme rozdílem délek drah

$$n = \frac{s_1}{8\pi d} = \frac{2\pi r_1 + 2l}{8\pi d} \doteq 10,99.$$

Peťa tedy uběhne 10 celých koleček a bude dobíhat jedenácté, když jej sportovec ve vnitřní dráze opět předežene.

Úloha III.3 ... Duchařina

6 bodů; průměr 4,10; řešilo 163 studentů

Ája se rozhodla vyklidit půdu a při tom objevila starou tenkostěnnou magickou lampu, která měla hmotnost M . Když ji začala čistit, vyletěl z ní džin. Ája zjistila, že nyní samotná zlatá lampa váží jen 98 % z původní hmotnosti M . Vzápětí se džin i s lampou vznesl a Áju zajímalo, jakou má asi džin hustotu. Stejně jako Ája se pokuste hustotu džina spočítat.



Celková hmotnost lampy s džinem je M . Jestliže samotná zlatá lampa váží 98 % celkové hmotnosti, můžeme psát, že hmotnost lampy je $0,98M$. Z toho můžeme jednoduše odvodit hmotnost džina jako

$$m_d = M - 0,98M = 0,02M,$$

nebo také, že džin tvoří 2 % původní hmotnosti lampy.

Hustotu džina ρ_d spočítáme pomocí vzorce

$$\rho_d = \frac{m_d}{V_d} = \frac{0,02M}{V_d}, \quad (1)$$

avšak nejdříve musíme vyjádřit objem džina V_d .

Na džina s lampou působí okolní vzduch vztlakovou silou. Objem lampy můžeme zanedbat, stačí tedy spočítat vztlakovou sílu působící na džina. Když se bude džin s lampou vznášet, bude platit rovnost vztlakové síly a síly tíhové, tedy

$$V_d \rho_v g = Mg \quad \Rightarrow \quad V_d = \frac{M}{\rho_v},$$

kde ρ_v je hustota vzduchu. Na pravé straně rovnice máme M , jelikož džin nenese pouze sebe, ale i hmotnost celé lampy. Když tedy tuto rovnost dosadíme do rovnice (1) a upravíme, zjistíme, že hustota džina je

$$\rho_d = \frac{0,02M}{M/\rho_v} = 0,02\rho_v.$$

Úloha III.4 ... Kluzký puk

7 bodů; průměr 4,95; řešilo 147 studentů

Dva hokejoví hráči jedou vedle sebe do útoku stejným směrem a stejnou rychlostí $v = 9 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ vzdáleni od sebe $d = 7 \text{ m}$. Úsečka, jejížimi jsou krajními body, je kolmá na směr rychlosti. Jakou rychlostí v_0 musí pod vodorovnou odchylkou $\alpha = 45^\circ$ od spojnice hráčů jeden hráč přihrát puk druhému, aby jej druhý zachytil aniž by musel měnit svou rychlost? Koeficient smykového tření mezi pukem a ledem je $f = 0,02$.

Nejdříve si situaci rozebereme. Označme přihrávajícího hokejistu číslem 1 a hokejistu chytajícího puk číslem 2. Představme si trojúhelník se dvěma vrcholy v počátečních polohách hokejistů v okamžiku přihrávky a třetím vrcholem v bodě, kde druhý hokejista puk zachytí, tak jako na obrázku 5. Tento trojúhelník bude pravoúhlý s pravým úhlem u vrcholu odpovídajícímu původní poloze druhého hokejisty.

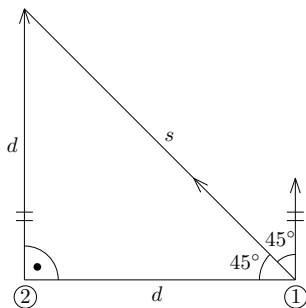
Dále víme, že puk byl vyslán pod úhlem 45° od spojnice hokejistů. Trojúhelník s úhly o velikostech 90° a 45° má třetí úhel o velikosti $180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$. Jedná se tedy o rovnoramenný trojúhelník. Je-li vzdálenost mezi hokejisty d , pak druhý hokejista zachytí puk po ujetí stejné vzdálenosti d .

To stálou rychlostí v zvládne hokejista za čas

$$t = \frac{d}{v}. \quad (2)$$

Vzdálenost s , kterou urazil puk, je rovna délce přepony trojúhelníku z obrázku 5. Pomocí Pythagorovy věty dokážeme spočítat, že

$$s = \sqrt{d^2 + d^2} = d\sqrt{2}. \quad (3)$$



Obrázek 5: Nákres situace

Nyní si spočítáme velikost třecí síly F_t působící na puk. Obecně na výpočet můžeme použít vzorec $F_t = F_N f$, kde F_N je normálová síla, která je v našem případě rovna tíhové síle $F_G = mg$, a f je koeficient smykového tření. Velikost třecí síly tak bude

$$F_t = fmg.$$

Tato třecí síla bude na puk působit zrychlením proti směru pohybu puku a puk tedy bude zpomalovat. Víme, že pro sílu zrychlující těleso platí vztah $F = ma$, v našem případě je tato

síla rovna F_t . Zrychlení pak získáme dosazením $F_t = ma$ do vztahu výše a vydělením jej hmotností puku m

$$ma = fmg \Rightarrow a = fg.$$

Těleso pohybující se rovnoměrně zpomaleně ujede za čas t dráhu

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2.$$

Tento vztah položíme do rovnosti s vyjádřením vzdálenosti s z rovnice (3) a za čas t rovnou dosadíme vyjádření z rovnice (2).

$$\sqrt{2}d = v_0 \frac{d}{v} - \frac{1}{2} f g \frac{d^2}{v^2}$$

Po úpravě dostaneme

$$v_0 = v\sqrt{2} + \frac{f g d}{2v}.$$

Do tohoto vzorce nám teď stačí dosadit číselné hodnoty ze zadání a získáme výsledek. Musíme si ovšem dát pozor, abychom dosazovali ve správných jednotkách, proto si musíme převést rychlost hokejistů v z $9 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ na $2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Hokejista musí puk svému spoluhráči přihrát rychlostí zhruba $v_0 \doteq 3,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \doteq 13,7 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

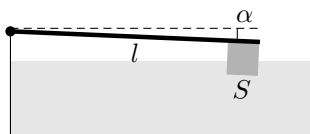
Úloha III.5 ... Horské dobrodružství

8 bodů; průměr 6,16; řešilo 99 studentů

Michal s Evou vyrazili na túru do hor. Po strmém výšlapu dorazili k malé horské nádrži s průzračnou vodou. Michal věděl, že Eva bude po výšlapu unavená, a tak si pro ni připravil malé fyzikální překvapení. Z batohu vytáhl jednozvratnou páku (homogenní tyč o hmotnosti m a délce l), na jejíž konec upevnil malý polystyrenový kvádřík, jehož hmotnost můžete zanedbat, s plochou podstavy S (viz obrázek 6). Poté páku nastavil do vodorovné polohy tak, aby voda smáčela pouze spodní podstavu kvádříku a druhý konec tyče sloužil jako opěrný bod a pevná osa otáčení.

1. Vyjádřete, do jaké hloubky pod hladinu vody se kvádřík ponoří, když Michal páku pustí a polystyren tak bude muset vyrovnávat její tíhu. Můžete počítat s tím, že tato hloubka je mnohem menší než délka páky, takže úhel jejího náklonu bude malý a kvádřík se tedy téměř neotočí.
2. O jaký úhel se při tom páka vychýlí? Protože úhel α je opravdu malý, lze použít vhodné zjednodušení (tzv. aproximaci³). Vyhněte se tak použití goniometrických/cyklometrických funkcí.

³Pokud jste se s aproximacemi ještě nesetkali nebo si s nimi nevíte rady, zkuste se podívat na Výfučení o aproximování: <https://static.fykos.cz/problems/vyfuk/14/media/serial6.cs.pdf>.



Obrázek 6: Nákres páky s polystyrenovým kvádříkem

1. Poté, co Michal pustil páku, se kvádřík na jejím konci začal ponořovat do vody. Páka se postupně nakláněla a nakonec se ustálila v rovnovážné poloze – stavu, ve kterém se všechny síly a jejich momenty vzájemně vyrovnaly a páka se už nepohybovala ani nahoru, ani dolů. Abychom mohli určit, jak hluboko se kvádřík ponoří, musíme si nejprve rozmyslet, jaké síly na páku působí.

Na samotnou tyč působí její tíhová síla, která směřuje směrem dolů a její velikost je

$$F_G = mg.$$

Tyč má hmotnost m , délku l a je homogenní, což znamená, že její hmotnost je rovnoměrně rozložena po celé délce. Celková tíhová síla působí v těžišti tyče, tedy v bodě, kde si lze představit, že je soustředěna celá hmotnost. U homogenní tyče je těžiště přesně uprostřed, tedy ve vzdálenosti $l/2$ od opěrného konce.

Na druhém konci páky, kde je připevněn kvádřík, působí vzhůru vztlaková síla F_{vz} , kterou voda tlačí na kvádřík. Když se kvádřík začne ponořovat, vytlačuje vodu a voda ho tlačí vzhůru. Velikost této síly závisí na tom, kolik vody kvádřík vytlačí⁴

$$F_{vz} = \rho g h S,$$

kde h je hloubka ponoření, S plocha spodní podstavy kvádříku a ρ hustota vody. Čím víc se kvádřík ponoří, tím větší vztlaková síla na něj působí.

Jenže nestačí jen porovnat velikosti sil F_G a F_{vz} . Síly působí v různých místech páky – tíha uprostřed a vztlak na jejím konci⁵. My ale potřebujeme vědět, jak moc obě síly pákou otáčejí, to nám řekne právě moment síly, který se počítá jako

$$M = Fd,$$

kde F je velikost síly a d vzdálenost od opěrného bodu k místu, kde síla působí (tzv. rameno síly). U tíhové síly tyče je rameno vzdálenost od opěrného bodu k těžišti tyče, takže velikost momentu tíhy je

$$M_G = F_G \frac{l}{2} = mg \frac{l}{2}.$$

Podobně se počítá velikost momentu vztlakové síly kvádříku. Pro sílu působí na konci páky, ve vzdálenosti l od opěry, platí

$$M_{vz} = F_{vz} l = \rho g h S l.$$

⁴To je Archimédův zákon.

⁵Vztlaková síla nepůsobí přesně na konci páky, ale trochu blíž – v místě těžiště kvádříku, ze zadání však víme, že tento rozdíl je oproti délce páky zanedbatelný.

Páka se ustálí právě tehdy, když jsou momenty vyrovnané, tedy

$$M_{vz} = M_G \quad \Rightarrow \quad \rho g h S l = m g \frac{l}{2}.$$

Po zkrácení společných členů l a g dostaneme hloubku ponoření kvádříku

$$h = \frac{m}{2\rho S}.$$

2. Zbývá už jen určit, o jaký úhel se páka vychýlí, když se ustálí. Konec páky, na kterém je připevněn polystyrenový kvádřík, se posune dolů o svislou vzdálenost h . Tento posun je způsoben tím, že se kvádřík ponořil do vody a vyrovnává tíhu páky.

Úhel natočení páky α můžeme vypočítat dvěma způsoby. První z nich využívá goniometrii. Páku a její úhel natočení si lze představit jako pravoúhlý trojúhelník s přeponou l , odvěsnou délky h a jejím protilehlým úhlem α . Pak platí

$$\sin \alpha = \frac{h}{l}.$$

Nyní využijeme aproximace⁶

$$\sin x \approx x.$$

pro velmi malá x , což úhel α splňuje, čímž dojdeme ke vztahu

$$\alpha \approx \frac{h}{l}.$$

Druhý způsob vychází z definice obloukové míry úhlu.⁷ Během ponořování opíše konec páky kolem opěrného bodu kruhový oblouk délky

$$s = l\alpha.$$

Pro velmi malé úhly je délka oblouku s téměř stejná jako svislý posun konce páky h , protože horizontální složka posunu je zanedbatelná. Z toho již plyne vztah uvedený výše

$$h \approx s = l\alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx \frac{h}{l}.$$

Dosadíme-li výsledek předchozí úlohy, získáme

$$\alpha \approx \frac{h}{l} = \frac{m}{2\rho S l}.$$

Můžeme proto říct, že úhel sklonu je přímo úměrný délkové hustotě páky a nepřímo úměrný hustotě vody společně s obsahem podstavy kvádříku.

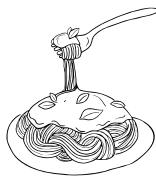
⁶Platnost aproximace lze nahlédnout porovnáním grafů funkcí $\sin x$ a x .

⁷Úhel lze vyjádřit nejen ve stupních ale i v jednotkách radiánů (obloukové míře). Hodnota úhlu v radiánech se rovná délce příslušného kruhového oblouku vydělené poloměrem kružnice. Pro kružnici s poloměrem $r = 1$ tak plný úhel (tj. 360°) odpovídá 2π rad.

Úloha III.E ... Špagety

8 bodů; průměr 5,62; řešilo 130 studentů

Víta se při vaření svého oběda trochu nudil – nebavilo ho totiž čekat, než se mu uvaří špagety. Napadlo ho, že se při čekání zabaví tím, že zkusí změřit délkovou hustotu syrových špaget. Když již uvařené špagety cedil, zaujaly ho nové vlastnosti špaget, a zkusil tak změřit délkovou hustotu i pro uvařené špagety.



Změřte stejně jako Víta délkovou hustotu neuvařených i uvařených špaget. Oba výsledky porovnejte a pokuste se rozdíl hodnot vysvětlit.

Teorie

Délková hustota λ tělesa je hmotnost tělesa vztahovaná na jeho délku. Pro těleso o hmotnosti m a délce L se vypočítá jako

$$\lambda = \frac{m}{L}. \quad (4)$$

Tento pojem se používá například v mechanice pro popis strun, lan nebo drátů, protože délková hustota ovlivňuje chování objektu při kmitání či napínání.

Syrové špagety jsou tvořeny převážně pšeničnou moukou a minimálním množstvím vody. Továrním vysušením získají pevný méně ohebný tvar. Při vaření špagety absorbují vodu, což způsobí výrazný nárůst jejich hmotnosti i objemu – zvětší se jejich délka i průměr.

Množství vody, které těstovina pojme, závisí na době trvání vaření, teplotě vody⁸ i na přesném složení těsta (záleží například na přídavku vajec či konkrétním druhu pšenice). Nasátím vody se také změní mechanické vlastnosti špagety – stane se měkkou a ohebnou.

Postup měření

K měření jsme použili digitální váhu s přesností na setiny gramu, pravítko s milimetrovým dělením, hrnec vroucí vody, papírové utěrky a deset stejně dlouhých kusů suchých špaget z pšeničné mouky se stopovým množstvím vajec.

Nejprve jsme určili délku L a celkovou hmotnost špaget m . Následně jsme těstoviny vložili do vroucí vody a vařili po dobu devíti minut dle doporučení na obalu. Po uvaření jsme je vyjmuli, nechali krátce odkapat a poté osušili papírovou utěrkou, aby na nich nezůstala přebytečná voda. Ihned poté jsme změřili jejich délku a hmotnost.

Ze získaných hodnot jsme spočítali délkovou hustotu λ podle vztahu (4) pro suchý i vařený stav. Nakonec jsme výsledky porovnali a určili, kolikrát se délková hustota po uvaření změnila.

Z tabulky 1 je patrné, že se po uvaření špagety prodloužily přibližně o čtvrtinu původní délky, zatímco jejich hmotnost se více než zdvojnásobila. Délková hustota se tak zvýšila z přibližně $3,1 \text{ g} \cdot \text{m}^{-1}$ na $6,4 \text{ g} \cdot \text{m}^{-1}$.

⁸Při určité vyšší teplotě (50°C až 70°C) se poruší vnitřní struktura škrobových zrn – hlavní složky pšeničné mouky – snáz pak do nich pronikají molekuly vody, což způsobí výrazné nabobtnání škrobových zrn a tedy i celé špagety.

	počet kusů	$\frac{L}{m}$	$\frac{m}{g}$	$\frac{\lambda}{g \cdot m^{-1}}$
syrové špagety	10	2,58	8,26	3,2
uvařené špagety	10	3,26	20,89	6,4

Tabulka 1: Naměřené hodnoty před a po vaření špaget

Diskuze a závěr

Z naměřených dat vyplývá, že se délková hustota špaget po uvaření zhruba zdvojnásobila. Délka vzrostla na přibližně 126 %, zatímco hmotnost na 263 % původní hodnoty. Špagety tedy při vaření pojmuly opravdu velké množství vody, což se nejvíce projevilo na jejich hmotnosti, na jejich délce pak spíše méně. V důsledku toho se jejich délková hustota tolikrát zvětšila.

Zdroje nepřesnosti našeho měření zahrnují nedostatečné osušení uvařených špaget, omezenou přesnost měřících přístrojů a možnou deformaci natažením uvařených špaget při manipulaci s nimi.

Úloha III.V ... Rozměrová analýza

7 bodů; průměr 4,40; řešilo 85 studentů

1. Rozhodněte, zda mohou být následující rovnosti (čistě dle rozměrové analýzy) správné

$$p = \frac{\rho S F^2 t^2 \omega^2}{E m},$$

$$\eta = \frac{F}{r v} e^{T-T_0},$$

kde p je tlak, ρ je objemová hustota, S je plocha, F je síla, t je čas, ω je úhlová rychlost, E je energie, m je hmotnost, η je dynamická viskozita, r je délka, v je rychlost, e je Eulerovo číslo a T a T_0 jsou termodynamické teploty.

2. Určete základní tvar „Planckova elektrického napětí“ – najděte takovou kombinaci gravitační konstanty G , rychlosti světla c , redukované Planckovy konstanty $\hbar$ a permitivity vakua ε_0 , aby byl její jednotkou volt. Nemusíte počítat jeho číselnou hodnotu.

1. Abychom ověřili, že jsou rovnosti rozměrově správné, použijeme metodu ověření homogeneity rovnic z Výfučtení. Ta spočívá v tom, že za každou veličinu dosadíme její jednotku vyjádřenou v základních jednotkách SI a ověříme si, že se obě strany rovnice rovnají. Podívejme se na první rovnici

$$p = \frac{\rho S F^2 t^2 \omega^2}{E m}.$$

Aby tato rovnice platila, musí také platit

$$[p] = \frac{[\rho][S][F]^2[t]^2[\omega]^2}{[E][m]}, \quad (5)$$

kde $[p] = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$, $[\rho] = \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $[S] = \text{m}^2$, $[F] = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, $[t] = \text{s}$, $[\omega]^9 = \text{s}^{-1}$, $[E] = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ a $[m] = \text{kg}$. Pokud dosadíme tyto hodnoty do rovnice (5) a upravíme ji, dostaneme výsledek

$$\begin{aligned}\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} &= \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{m}^2 \cdot (\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2})^2 \cdot \text{s}^2 \cdot (\text{s}^{-1})^2}{\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}}, \\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} &= \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^2 \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-4} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{kg}^{-1}, \\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} &= \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}, \\ 1 &= 1.\end{aligned}$$

Rovnice (5) tedy rozměrově skutečně platí.

Nyní se podíváme na druhou rovnici, pro kterou musí platit

$$[\eta] = \frac{[F]}{[r][v]} [e]^{[T-T_0]}. \quad (6)$$

Znovu si určíme jednotky veličin, tedy $[\eta] = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$, $[F] = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, $[r] = \text{m}$, $[v] = \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, e je bezrozměrné, tudíž $[e] = 1$ a $[T], [T_0] = \text{K}$. Dosadíme do rovnice (6).

$$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{\text{m} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}} \cdot 1^{\text{K}}$$

V exponentu Eulerova čísla nám zůstala jednotka Kelvin (K), protože při odčítání veličin se stejnou jednotkou se mění pouze číselná hodnota, ale jednotka zůstává stejná. Dopočítáme rovnici a vyjde nám výsledek

$$\begin{aligned}\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} &= \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 1^{\text{K}} \\ 1 &= 1^{\text{K}}.\end{aligned}$$

Rovnice (6) tedy správná být nemůže, protože na pravé straně zbyla v exponentu jednotka K, zatímco na levé ne.

2. Pro určení kombinace základních konstant G , c , $\hbar$, ε_0 a konstanty K^{10} , která by nám dala Planckovo napětí, použijeme *mocninný zákon*. Tuto metodu můžeme použít, protože ze zadání víme, že naše Planckovo napětí (značme ho U_P) závisí pouze na konstantách výše a zároveň nás zajímá jen jejich kombinace a ne číselná hodnota napětí. Pro výpočet použijeme postup z Výfučení, podle kterého musí platit

$$U_P = G^\alpha \cdot c^\beta \cdot \hbar^\gamma \cdot \varepsilon_0^\delta \cdot K, \quad (7)$$

a tedy také musí platit

$$[U_P] = [G]^\alpha \cdot [c]^\beta \cdot [\hbar]^\gamma \cdot [\varepsilon_0]^\delta. \quad (8)$$

⁹ ω můžeme vypočítat jako změnu úhlu dělenou časem. Jelikož je ale úhel bezrozměrná veličina, bude jednotkou $[\omega] = \text{s}^{-1}$.

¹⁰ K je bezrozměrná konstanta Planckova napětí, kterou ale nejsme schopni touto metodou určit. Protože úkolem je určit pouze kombinaci veličin, nemusíme se jí dále zabývat.

Jednotky (v základních jednotkách SI soustavy) jednotlivých veličin jsou

$$[U_P] = \text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-1},$$

$$[G] = \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2},$$

$$[c] = \text{m} \cdot \text{s}^{-1},$$

$$[\hbar] = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1},$$

$$[\varepsilon_0] = \text{A}^2 \cdot \text{s}^4 \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

Konstanta K je bezrozměrná a proto s ní už nemusíme dále počítat.

Dosadíme do rovnice (8).

$$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-1} = (\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2})^\alpha \cdot (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})^\beta \cdot (\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1})^\gamma \cdot (\text{A}^2 \cdot \text{s}^4 \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{kg}^{-1})^\delta$$

a rozepíšeme rovnici pro každou jednotku

$$\text{m}^2 = \text{m}^{3\alpha + \beta + 2\gamma - 3\delta},$$

$$\text{kg} = \text{kg}^{-\alpha + \gamma - \delta},$$

$$\text{s}^{-3} = \text{s}^{-2\alpha - \beta - \gamma + 4\delta},$$

$$\text{A}^{-1} = \text{A}^{2\delta}.$$

Protože se tato vyjádření rovnají, budou se rovnat i exponenty jednotlivých jednotek. Tím dostaneme soustavu lineárních rovnic

$$2 = 3\alpha + \beta + 2\gamma - 3\delta,$$

$$1 = -\alpha + \gamma - \delta,$$

$$-3 = -2\alpha - \beta - \gamma + 4\delta,$$

$$-1 = 2\delta.$$

Po vypočtení této soustavy dostaneme následující výsledek.

$$\alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\beta = 2$$

$$\gamma = 0$$

$$\delta = -\frac{1}{2}$$

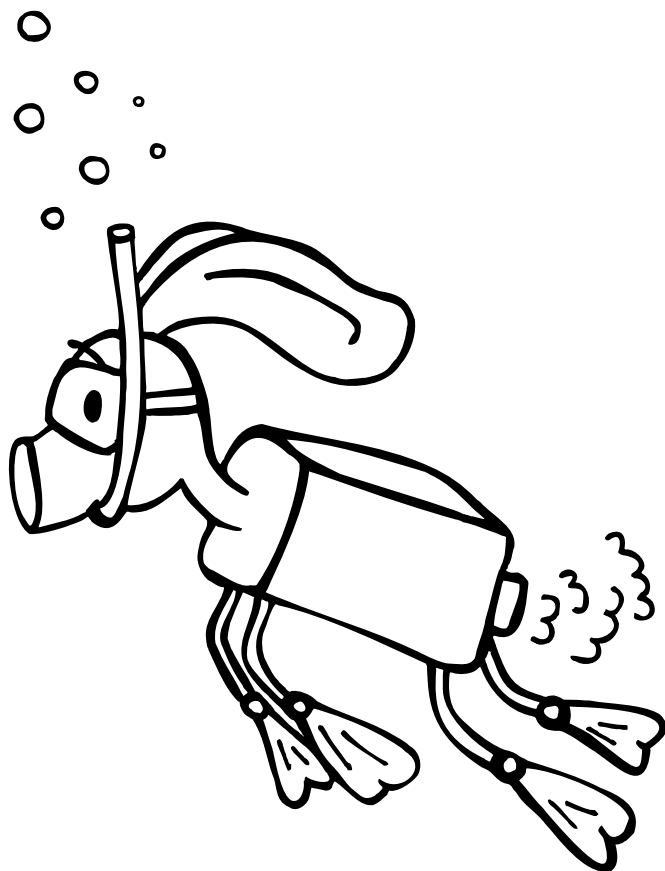
Nyní nám už jen zbývá dosadit do rovnice (7) a získaný předpis upravit.

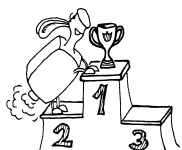
$$U_P = G^{-1/2} \cdot c^2 \cdot \hbar^0 \cdot \varepsilon_0^{-1/2} \cdot K = \frac{c^2}{\sqrt{G\varepsilon_0}} K$$

Toto už je výsledná podoba rovnice pro Planckovo elektrické napětí. Vidíme, že exponent γ redukované Planckovy konstanty $\hbar$ vyšel 0, tedy ve výsledné rovnici vůbec nevystupuje. Jak už jsme zmiňovali, konstantu K nejsme schopni metodou mocninného zákona určit.

Vít Kupilík

vit.kupilik@vyfuk.org





Pořadí řešitelů po III. sérii

Kompletní výsledky najdete na <https://vyfuk.org>.

Kategorie šestých ročníků

jméno	škola	1	2	3	4	5	E	V	III	Σ
Student Pilný	MFF UK	5	5	6	7	8	8	7	46	139
1. Lucia Luchavova	ZŠ Mudroňova	5	5	6	7	8	6	6	43	105
2. David Podzemný	ZŠ Vyhlička - Králova, Valašské	5	4	6	6	8	7	4	40	103
3. Martin Surovček	Spoj. škola Liptovský Hrádok	5	4	6	4	8	7	3	37	102
4. Matyáš Kolaja	ZŠ Boršice	5	4	6	7	8	7	5	42	97
5. Daniel Weiss	ZŠ Devínska 12	2	4	6	7	8	7	4	38	88
6. Lukáš Pfeifer	Základní škola Dědina	5	4	6	7	8	6	–	36	82
7. Tomáš Klímek	Základná škola Ľumbierska	5	3	2	7	7	6	–	30	79
8. Berenika Bromová	G Mensa, Praha	5	3	–	7	–	–	–	15	74
9.–10. Peter Lojko	ZŠ Devínska 12	5	4	6	3	–	6	–	24	70
9.–10. Šimon Marušák	G J. A. Raymana, Prešov	5	5	6	7	–	–	–	23	70
11. Jakub Novák	ZŠ M. Medveceej	5	5	2	3	–	5	–	20	62
12. Pavol Vávra	G Malacký	2	4	6	0	4	–	–	16	61
13. Jakub Baláž	ZŠ Wolkerova v Bardejove	2	4	6	4	–	5	–	21	59
14.–15. Eva Dobranská	ZŠ a MŠ SNP, Rozhanovce	5	5	1	–	–	5	–	16	56
14.–15. Vratislav Kutílek	ZŠ T. G. Masaryka Praha 7	5	4	2	3	–	5	–	19	56
16. Radovan Hruban	ZŠ a MŠ Knínice u Boskovic	3	5	2	6	1	–	–	17	47
17. Patrik Pavlík	Základná škola Školská	–	–	–	–	–	–	–	0	42
18. Oliver Bujňák	G Varšavská, Žilina	5	5	–	–	–	–	–	10	40
19. Alfred Horák	G Tišnov	–	–	–	–	–	–	–	0	39
20.–23. Mykhailo Bashannyk	G, Krnov	3	4	5	7	8	–	–	27	38
20.–23. Filip Joachim	ZŠ Brno-Žebětín	4	2	2	5	–	–	–	13	38
20.–23. Dhriti Patel	ZŠ Vejrostova, Brno	5	5	–	–	–	4	–	14	38
20.–23. Vítek Větrovský	ZŠ Cesta	5	4	2	–	–	5	–	16	38
24.–25. Thomas Kratochvíl	G Mensa, Praha	–	–	–	–	–	–	–	0	37
24.–25. Polina Zharkova	G, Slovanské náměstí, Brno	1	5	2	4	5	–	–	17	37

Kategorie sedmých ročníků

jméno	škola	1	2	3	4	5	E	V	III	Σ
Student Pilný	MFF UK	5	5	6	7	8	8	7	46	139
1. Kryštof Bílý	ZŠ Bernarda Bolzana, Tábor	5	4	6	7	7	8	7	44	132
2. Jan František Lukáš	G Jírovce, České Budějovice	5	4	6	7	6	6	7	41	128
3. Oliver Paralič	G Varšavská, Žilina	5	5	6	7	5	7	4	39	120
4. Jakub Repický	ZŠ Hrnčiariska 1	4	5	6	3	4	6	3	31	105
5. Viktor Grujbar	1. súkromné G v Bratislave	5	4	2	7	7	7	5	37	103
6. Andrea Tupcová	ZŠ Boženy Němcové, Litoměřice	5	5	3	3	8	–	5	29	95
7. Ondřej Kotan	G Christiana Dopplera, Praha	5	4	1	7	7	4	1	29	94
8. Jasmína Foltýnová	ZŠ Boženy Němcové, Litoměřice	5	2	6	7	8	–	3	31	93
9. Jakub Zelenka	Gymnázium, Říčany	5	5	2	6	3	8	4	33	92
10. Štěpán Dušánek	ZŠ 5. května, Dobříchovice	5	3	6	–	–	5	–	19	85

jméno <i>Student Pilný</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	E	V	III	Σ
		5	5	6	7	8	8	7	46	139
11. <i>Tomáš Martínek</i>	G, Palackého 191, Ml. Boleslav	5	3	6	4	–	6	4	28	83
12. <i>Júlia Styřáková</i>	G sv. Tomáše Akv. KE	5	4	2	4	7	–	–	22	80
13. <i>Jan Fedorovič</i>	G J. Jungmanna, Litoměřice	5	4	6	4	–	7	–	26	76
14. <i>Karel Balšánek</i>	G, Roudnice nad Labem	5	4	2	4	–	8	–	23	72
15. <i>Stella Procházková</i>	ZŠ Prodloužená, Pardubice	5	4	2	3	4	4	–	22	71
16.–19. <i>Katarína Kováčová</i>	ZŠ Wolkerova v Bardejove	5	4	6	3	1	7	3	29	68
16.–19. <i>Timon Mikuš</i>	SG CENADA, Bratislava	5	5	6	7	–	–	–	23	68
16.–19. <i>Lukáš Mičko</i>	Wichterlovo G, Ostrava	5	5	–	3	–	–	–	13	68
16.–19. <i>Matěj Novák</i>	ZŠ Hranice, Tř. 1. máje	4	4	–	–	–	–	–	8	68
20. <i>Dominik Kotek</i>	ZŠ Haličská cesta 7	5	–	–	–	–	7	–	12	66
21. <i>Petr Čábela</i>	G, Kolín	5	4	6	–	0	–	3	18	65
22. <i>Marie Vithová</i>	G, Česká, České Budějovice	5	4	2	4	8	5	–	28	64
23.–26. <i>Sebastian Balek</i>	ZŠ Roudnice nad Labem	3	3	2	6	1	4	3	22	62
23.–26. <i>Marek Bieleš</i>	ZŠ a MŠ Bystřice	5	4	–	4	–	6	–	19	62
23.–26. <i>Diana Horňáková</i>	ZŠ Ostredková, Bratislava	5	4	–	7	–	7	–	23	62
23.–26. <i>Juraj Mecháček</i>	ZŠ M. Olšovského	5	4	–	7	–	7	–	23	62

Kategorie osmých ročníků

jméno <i>Student Pilný</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	E	V	III	Σ
		–	5	6	7	8	8	7	41	124
1. <i>Richard Menšík</i>	G, Boskovice	–	5	6	7	8	5	5	36	114
2. <i>Michaela Plívová</i>	ZŠ a ZUŠ České Budějovice	–	5	6	7	7	8	3	36	108
3. <i>Matyáš Červinka</i>	G F. Palackého, Neratovice	–	5	6	4	8	8	7	38	107
4.–5. <i>Gréta Hudečková</i>	ZŠ Ostredková, Bratislava	–	4	6	5	7	8	7	37	106
4.–5. <i>Emilie Kimmerová</i>	G, Vídeňská, Brno	–	5	6	7	5	6	7	36	106
6. <i>Petra Linhartová</i>	G P. Bezruč, Frýdek-Místek	–	5	6	3	8	6	5	33	104
7. <i>Šimon Fojtík</i>	G J. V. Jirsíka, Č. Budějovice	–	4	6	7	6	8	6	37	102
8. <i>Ema Malčická</i>	ZŠ M. R. Štefánika	–	4	6	3	8	7	6	34	97
9. <i>Štěpán Zouhar</i>	G J. Blahoslava, Ivančice	–	5	2	4	8	6	2	27	91
10. <i>Simona Procházková</i>	ZŠ a MŠ Kamenice u Jihlavy	–	4	1	6	7	5	5	28	90
11.–13. <i>Oleksii Iagupov</i>	G Christiana Dopplera, Praha	–	3	2	4	8	6	4	27	85
11.–13. <i>Ngoc Linh Nguyen</i>	G F. X. Šaldy, Liberec	–	4	2	7	8	–	4	25	85
11.–13. <i>Tamara Thomková</i>	G J. Lettricha	–	4	6	7	8	6	–	31	85
14.–15. <i>Zuzana Kulhánková</i>	G Na Vítězné pláni, Praha	–	4	2	7	8	5	6	32	84
14.–15. <i>Tomáš Wolf</i>	G, Nad Alejí, Praha	–	5	6	–	7	5	1	24	84
16.–17. <i>Daniel Foreth</i>	G, Česká Lípa	–	4	6	–	–	–	–	10	83
16.–17. <i>Marcel Miženko</i>	ZŠ Wolkerova v Bardejove	–	4	3	3	8	7	4	29	83
18. <i>Polina Efimova</i>	Sunny Can. International Sch.	–	4	6	7	–	6	7	30	81
19. <i>Petr Do Vu</i>	ZŠ a MŠ Václavkova, M. Boleslav	–	5	5	7	8	–	5	30	80
20. <i>Terézia Pobudová</i>	G Pankúchova, Bratislava	–	4	4	3	8	6	1	26	77
21. <i>Pavel Do Vu</i>	ZŠ a MŠ Václavkova, M. Boleslav	–	5	6	7	6	4	5	33	76
22. <i>Sára Margušová</i>	ZŠ llava	–	4	6	4	6	–	6	26	74
23.–24. <i>Lucia Babjaková</i>	G sv. Tomáše Akv. KE	–	5	–	4	8	6	6	29	73
23.–24. <i>Karín Koptáková</i>	ZŠ a MŠ Osloboditelov, Červeník	–	5	6	7	–	8	–	26	73
25.–26. <i>Agnes Dostálova</i>	G Mikulášské n. 23, Plzeň	–	4	6	–	–	7	–	17	69
25.–26. <i>Xinyi Wu</i>	G sv. Jozefa Nové Mesto n. V.	–	5	4	7	6	6	3	31	69

Kategorie devátých ročníků

jméno <i>Student</i>	škola <i>Pilný</i>	1	2	3	4	5	E	V	III	Σ
	MFF UK	–	5	6	7	8	8	7	41	124
1. <i>Marek Vismek</i>	GJH	–	3	6	7	8	8	7	39	120
2. <i>Anna Přívětivá</i>	G, Litoměřická, Praha	–	5	6	7	8	6	7	39	118
3. <i>Lukáš Kopecký</i>	G, Litomyšl	–	5	6	7	8	8	7	41	116
4. <i>Viktorie Snášelová</i>	Masarykovo G, Plzeň	–	5	6	7	8	8	5	39	115
5.–6. <i>Hana Frantová</i>	G a ZŠ G. Jarkovského, Praha	–	5	6	6	7	8	7	39	113
5.–6. <i>Vladimír Kotsch</i>	Gymnázium Sázavská Praha 2	–	5	6	7	8	8	4	38	113
7. <i>Lukáš Košan</i>	Gymnázium Oty Pavla, Praha	–	4	6	7	7	8	7	39	109
8.–9. <i>Pavel Doskočil</i>	G, Žamberk	–	5	6	5	8	8	4	36	108
8.–9. <i>Anna Hlavičková</i>	ZŠ T. G. Masaryka Morašice	–	4	6	6	8	8	7	39	108
10. <i>Eva Brožovičová</i>	Podkrušnohorské G, Most	–	5	6	6	5	8	4	34	102
11. <i>Pavla Holečková</i>	Jungmannova ZŠ Beroun 2	–	5	6	4	5	6	6	32	98
12. <i>Laura Ostrenková</i>	ZŠ a MŠ Chýně	–	5	6	6	8	6	7	38	97
13.–14. <i>Myroslava Glushko</i>	G Brno, tř. Kpt. Jaroše	–	4	1	4	7	7	4	27	89
13.–14. <i>Anna Ljubopytnova</i>	G Jana Nerudy, Praha	–	5	4	7	6	8	7	37	89
15. <i>Valérie Swaczynová</i>	G Opatov, Praha	–	5	2	6	5	8	2	28	88
16. <i>Matyáš Drnovský</i>	G J. Wolker, Prostějov	–	4	2	7	5	8	6	32	85
17.–18. <i>Juraj Országh</i>	G J. Lettricha	–	5	4	5	8	5	4	31	83
17.–18. <i>Samuel Stoklasa</i>	G Ludovíta Štúra, Trenčín	–	5	2	7	8	8	4	34	83
19.–20. <i>Václav Bláha</i>	G J. Vrchlického, Klatovy	–	5	2	7	7	7	4	32	82
19.–20. <i>Jakub Branický</i>	G J. Lettricha	–	5	3	7	6	7	2	30	82
21. <i>Lucie Jurásková</i>	G Dobruška	–	–	–	–	–	–	–	0	79
22. <i>Matěj Vacek</i>	ZŠ T. G. M. Lomnice nad Popelkou	–	4	6	3	8	5	–	26	78
23.–24. <i>Zuzana Melicherčíková</i>	ZŠ sv. Františka z Assisi	–	4	3	7	7	6	6	33	76
23.–24. <i>Tomáš Straka</i>	Školní náměstí	–	5	5	7	7	4	4	32	76
25. <i>Oliver Petrík</i>	G PdC, Piešťany	–	5	6	6	–	–	–	17	72



Korespondenční seminář Vyfuk
UK, Matematicko-fyzikální fakulta
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8

www: <https://vyfuk.org>
 e-mail: vyfuk@vyfuk.org



/ksvyfuk



@ksvyfuk

Korespondenční seminář Vyfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
 Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.